Astrofísica Estelar
Lista 2

Profª:Jane Gregorio-Heten
Monitor: Rafael R. de Campos
Prazo para entrega: 06/05/2019

1-) Usando a velocidade quadrática média, v_{rms}, estime o caminho livre médio de um átomo de nitrogênio em um gás de nitrogênio. Estime também o período de tempo entre colisões. Informações: Temperatura do gás é 300 K, o raio da molécula do nitrogênio é 1 Å, a densidade é 1,2 kg m^{-3} e número de núcleons (prótons e nêutrons) em uma molécula de nitrogênio é 28.

$$\boxed{T = \frac{l}{v_{rms}} \approx 6 \times 10^{-10}\,\mathrm{s}}$$

2-) Calcule o fluxo médio de uma estrela de raio R que emite com intensidade I, em um ponto P a uma distância r dessa estrela, como ilustrado na Fig.(1).

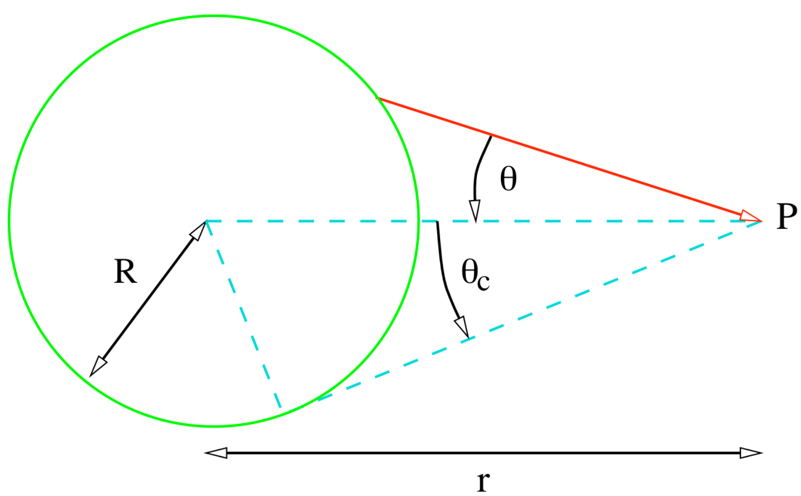

Figura 1: Exercício 2

$$\boxed{F = I\pi\left(\frac{R}{r}\right)^2}$$

3-) Deduza que a solução para a equação de transferência radiativa, para a função fonte constante, é:

$$I_\lambda = I_{\lambda 0} e^{-\tau_\lambda} + S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}) \tag{1}$$

4-) Mostre que é possível escrever a equação de equilíbrio hidrostático em função da profundidade óptica e da opacidade, da forma:

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\kappa} \tag{2}$$

b-) Mostre que é possível escrever a equação de equilíbrio hidrostático tomando a massa como coordenada no lugar do raio (**Obs**: Usar a massa como uma coordenada pode vir a ser útil em modelagens teóricas.):

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{GM}{4\pi r^4}$$

5-) Quando estudamos a difusão de uma substância em outra, tinta em água por exemplo, a lei que explica como tal substância irá se difundir é a 1ª lei de Fick:

$$F = -\frac{1}{3} vl \times \frac{\partial n}{\partial r}, \tag{3}$$

onde F é o fluxo de partículas, v é a velocidade com que elas se movem no meio, l é o caminho livre médio e n é a densidade de partículas.

a-) Aplicando a lei de Fick para fótons e supondo que estamos lidando com um corpo negro, deduza as relações:

$$F = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\bar{\kappa}\rho} \frac{\partial T}{\partial r}, \tag{4}$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16\pi ac} \frac{\bar{\kappa}\rho L}{r^2 T^3}. \tag{5}$$

(**Dica:** Aqui não estamos interessados no fluxo e na densidade de fótons, e sim no fluxo e densidade de energia associados aos fótons).

b-) Seguindo-se o mesmo raciocínio do item anterior, podemos deduzir uma relação para fluxo específico:

$$F_\nu = -\frac{c}{3\kappa_\nu \rho} \frac{4\pi}{c} \frac{\partial B(\nu)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r}, \tag{6}$$

onde $B(\nu)$ é a função de Plank e κ_ν é a opacidade específica. Usando a relação $F = \int F_\nu d\nu$, deduza que a relação entre $\frac{1}{\bar{\kappa}}$ e $\frac{1}{\kappa_\nu}$ é a média de Rosseland:

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\pi}{acT^3} \int \frac{\partial B}{\partial T} \frac{1}{\kappa_\nu} d\nu \tag{7}$$

6-) Estime o tempo de queima de hidrogênio de estrelas próximas as extremidades inferior e superior da sequência principal. A extremidade inferior da sequência principal ocorre perto de $M \approx 0{,}072\,\mathrm{M}_\odot$, e a estrela possui uma temperatura efetiva de $\log_{10}(T_e) = 3,23$ e luminosidade $\log_{10}(L/L_\odot) = -4,3$. Para o outro extremo, temos $M \approx 85\,\mathrm{M}_\odot$, uma temperatura efetiva $\log_{10}(T_e) = 4,705$ e uma luminosidade de $\log_{10}(L/L_\odot) = 6,006$. Considere que a estrela de menor massa é inteiramente convectiva, tendo acesso a todo seu hidrogênio, e não apenas aos 10% provenientes da parte mais interna da estrela.

$$\boxed{\Delta t_{\text{baixa massa}} \approx 1{,}5 \times 10^{14}\,\text{anos}}$$

$$\boxed{\Delta t_{\text{alta massa}} \approx 8{,}87 \times 10^{5}\,\text{anos}}$$

7-) Encontre uma aproximação para o perfil de pressão de uma estrela, presumindo que o perfil de densidade é dado por:

$$\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R_*}\right) \tag{8}$$

onde ρ_c é a densidade central.

Para tal, utilize a equação equilíbrio hidrostático dentro da estrela:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho(r)GM(r)}{r^2}, \tag{9}$$

e que é válida a equação de continuidade de massa.

$$\boxed{P(r) = P_c - 4\pi G\rho_c \left[\frac{r^2}{6} - \frac{7r^3}{36R_*} - \frac{r^4}{16R_*^2}\right]}$$

8-) a-) Qual a taxa de perda de massa do Sol por conta de reações nucleares? Expresse a sua resposta em massas solares por ano.

$$\boxed{\dot{m} \approx 6{,}728 \times 10^{-14}\,\mathrm{M}_\odot/\mathrm{ano}}$$

b-) Compare a taxa de perda de massa por reações nucleares com a taxa de perda pelos ventos solares.

$$\boxed{\frac{\dot{m}_{nuclear}}{\dot{m}_{ventos}} = \frac{6{,}278 \times 10^{-14}}{3 \times 10^{-14}} \approx 2,24}$$

c-) Supondo que ambas as taxas são inalteradas ao longo da evolução do Sol, elas representarão alguma perda significativa de massa ao longo de sua evolução? Justifique.

Vemos que nenhuma das duas taxas de perda de massa é relevante.