

Astrofísica Estelar

Lista 2

Prof^a: Jane Gregorio-Heten
 Monitor: Rafael R. de Campos
 Prazo para entrega: 06/05/2019

1-) Usando a velocidade quadrática média, v_{rms} , estime o caminho livre médio de um átomo de nitrogênio em um gás de nitrogênio. Estime também o período de tempo entre colisões. Informações: Temperatura do gás é 300 K, o raio da molécula do nitrogênio é 1 Å, a densidade é $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ e número de núcleons (prótons e nêutrons) em uma molécula de nitrogênio é 28.

2-) Calcule o fluxo médio de uma estrela de raio R que emite com intensidade I , em um ponto P a uma distância r dessa estrela, como ilustrado na Fig.(1).

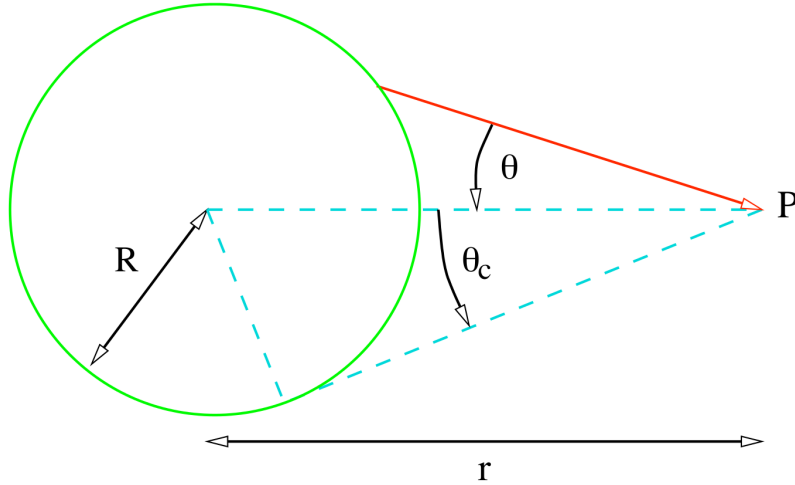


Figura 1: Exercício 2

3-) Deduza que a solução para a equação de transferência radiativa, para a função fonte constante, é:

$$I_{\lambda} = I_{\lambda 0} e^{-\tau_{\lambda}} + S_{\lambda} (1 - e^{-\tau_{\lambda}}) \quad (1)$$

4- a-) Mostre que é possível escrever a equação de equilíbrio hidrostático em função da profundidade óptica e da opacidade, da forma:

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\kappa} \quad (2)$$

b-) Mostre que é possível escrever a equação de equilíbrio hidrostático tomando a massa como variável no lugar do raio (**Obs:** Usar a massa como uma variável pode vir a ser útil em modelagens teóricas.):

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{GM}{4\pi r^4}$$

5-) Quando estudamos a difusão de uma substância em outra, tinta em água por exemplo, a lei que explica como tal substância irá se difundir é a 1ª lei de Fick:

$$F = -\frac{1}{3}vl \times \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (3)$$

onde F é o fluxo de partículas, v é a velocidade com que elas se movem no meio, l é o caminho livre médio e n é a densidade de partículas.

a-) Aplicando a lei de Fick para fótons e supondo que estamos lidando com um corpo negro, deduza as relações:

$$F = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\bar{\kappa}\rho} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (4)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16\pi ac} \frac{\bar{\kappa}\rho L}{r^2 T^3}. \quad (5)$$

(**Dica:** Aqui não estamos interessados no fluxo e na densidade de fótons, e sim no fluxo e densidade de energia associados aos fótons).

b-) Seguindo-se o mesmo raciocínio do item anterior, podemos deduzir uma relação para fluxo específico:

$$F_\nu = -\frac{c}{3\kappa_\nu\rho} \frac{4\pi}{c} \frac{\partial B(\nu)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (6)$$

onde $B(\nu)$ é a função de Planck e κ_ν é a opacidade específica. Usando a relação $F = \int F_\nu d\nu$, deduza que a relação entre $\frac{1}{\bar{\kappa}}$ e $\frac{1}{\kappa_\nu}$ é a média de Rosseland:

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\pi}{acT^3} \int \frac{\partial B}{\partial T} \frac{1}{\kappa_\nu} d\nu \quad (7)$$

6-) Estime o tempo de queima de hidrogênio de estrelas próximas as extremidades inferior e superior da sequência principal. A extremidade inferior da sequência principal ocorre perto de $M \approx 0,072 M_\odot$, e a estrela possui uma temperatura efetiva de $\log_{10}(T_e) = 3,23$ e luminosidade $\log_{10}(L/L_\odot) = -4,3$. Para o outro extremo, temos $M \approx 85 M_\odot$, uma temperatura efetiva $\log_{10}(T_e) = 4,705$ e uma luminosidade de $\log_{10}(L/L_\odot) = 6,006$. Considere que a estrela de menor massa é inteiramente convectiva, tendo acesso a todo seu hidrogênio, e não apenas aos 10% provenientes da parte mais interna da estrela.

7-) Encontre uma aproximação para o perfil de pressão de uma estrela, presumindo que o perfil de densidade é dado por:

$$\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R_*}\right) \quad (8)$$

onde ρ_c é a densidade central.

Para tal, utilize a equação equilíbrio hidrostático dentro da estrela:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho(r)GM(r)}{r^2}, \quad (9)$$

e que é válida a equação de continuidade de massa.

8-) **a-)** Qual a taxa de perda de massa do Sol por conta de reações nucleares? Expresse a sua resposta em massas solares por ano.

b-) Compare a taxa de perda de massa por reações nucleares com a taxa de perda pelos ventos solares.

c-) Supondo que ambas as taxas são inalteradas ao longo da evolução do Sol, elas representarão alguma perda significativa de massa ao longo de sua evolução? Justifique.