



AGA0293 Astrofísica Estelar

Profa. Jane Gregorio-Hetem

Capítulo 13

Evolução Estelar após a Sequência Principal

13.1 Evolução na Sequência Principal

13.2 Estágios finais da evolução estelar

13.3 Aglomerados Estelares

13.1 Evolução na Sequência Principal

Processo evolutivo → consequência da força gravitacional e mudanças na composição química (reações nucleares).

- Para manter a luminosidade da estrela → fontes de energia: nuclear ou gravitacional;

Escalas de tempo:

→ Pré-SP: queda livre (*free fall*) $t_{ff} = \left(\frac{3\pi}{32} \frac{1}{G \rho_0} \right)$ Eq. 12.26  $\frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{M_r}{r^2}$

Kelvin-Helmholtz (ou reajuste térmico) $t_{KH} = \frac{\Delta E_g}{L_{Sol}} \approx 10^7 \text{ anos}$ Eq. 10.24

→ SP: t_{ff} , t_{KH} e tempo das reações nucleares

$$t_{nuclear} = \frac{E_{nuclear}}{L_{Sol}} \approx 10^{10} \text{ anos}$$

Ex. 10.3.1

Evolução de estrelas de baixa massa

Maioria (80% a 90%) das estrelas está na SP $\rightarrow t_{nuclear} \approx 10^3 t_{KH}$
mas

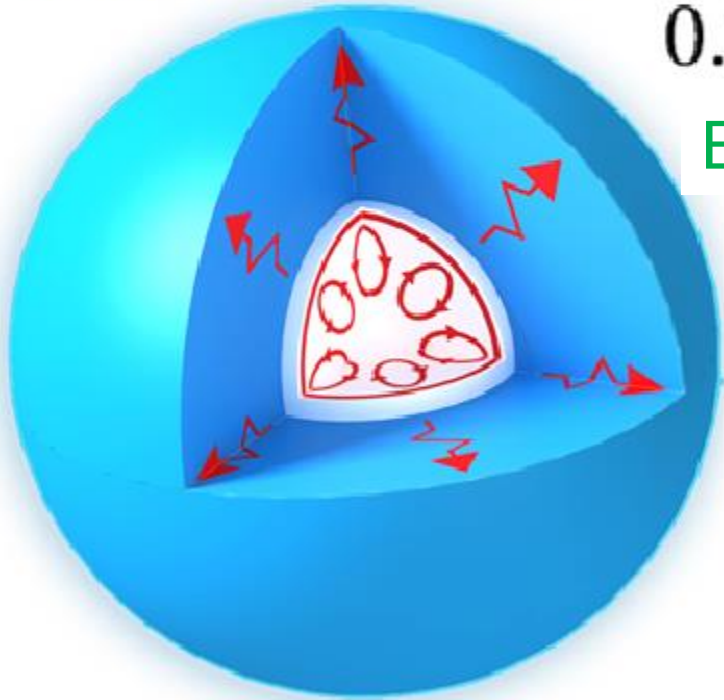
- Nas mudanças de fonte de energia nuclear $\rightarrow$ energia gravitacional tem papel crucial $\rightarrow t_{KH}$ volta a ser importante.
- Todas estrelas na SP estão convertendo H em He, mas: *core* radiativo* para $M_* < 1,2 M_{\odot}$ e convectivo** para massivas $\rightarrow$ diferentes estágios evolutivos.
- Além disso, as estrelas de **mais baixa massa** são **inteiramente convectivas** $\rightarrow$ altas opacidades levam zonas de convecção profundamente no interior estelar.

(*) cadeia pp é menos dependente da temperatura ($E \propto T^4$)

(**) Ciclo CNO altamente dependente da temperatura ($E \propto T^{17}$)

$$M > 1.2 M_{\odot}$$

Queima de hidrogênio
pelo ciclo CNO →
núcleo convectivo



Estrelas com $M < 1.2 M_{\odot}$
queimam hidrogênio pelo
ciclo próton-próton

$$0.3 M_{\odot} < M < 1.2 M_{\odot}$$

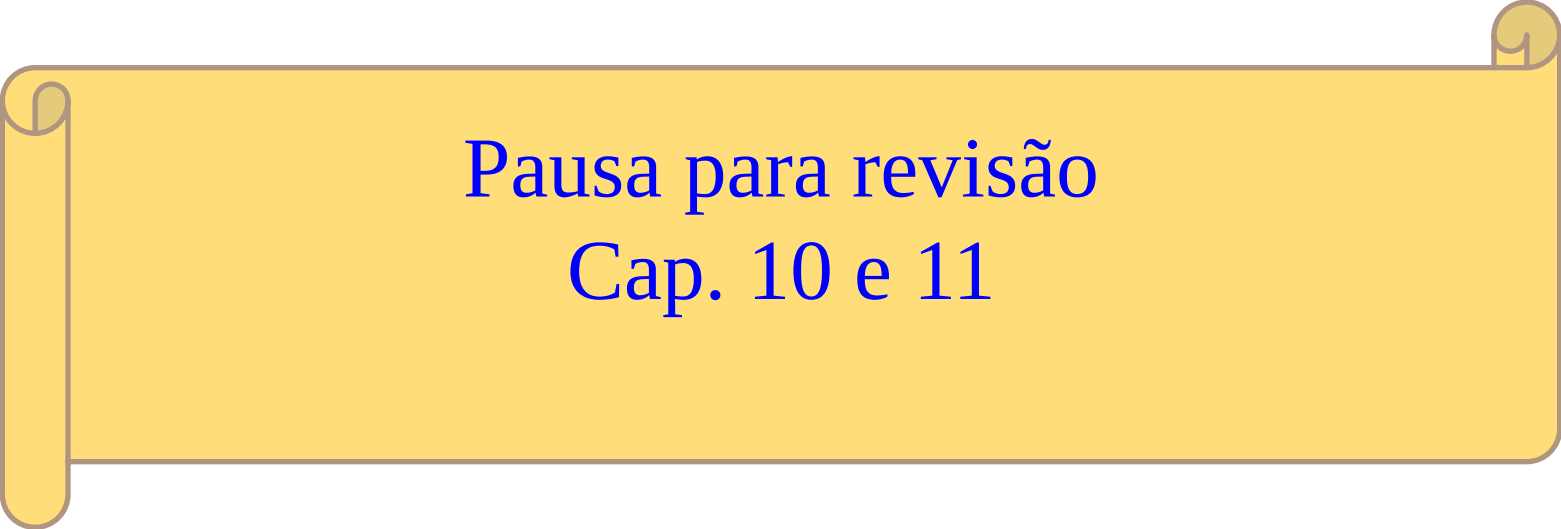
Envoltório convectivo



$$M < 0.3 M_{\odot}$$

Totalmente
convectivas
devido à alta
opacidade

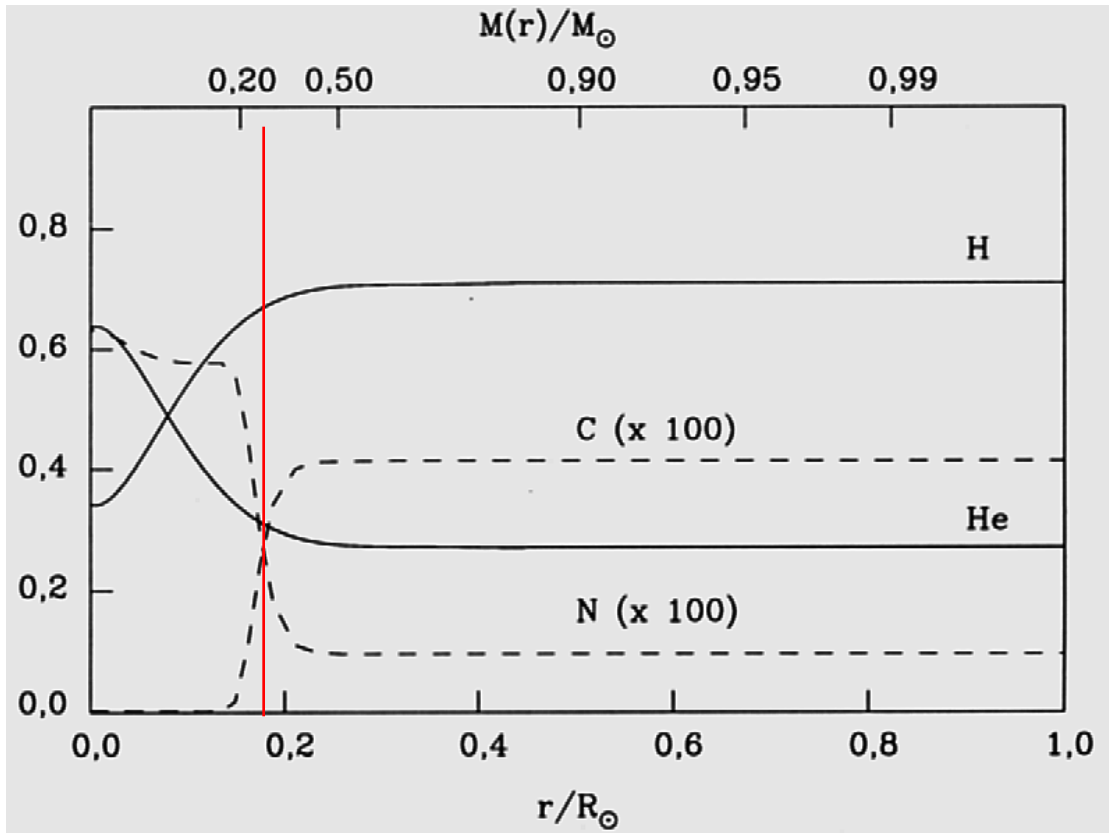


A yellow rectangular banner with rounded corners and a brown border, designed to look like a scroll. It has a vertical strip on the left side and a small circular detail on the top right corner.

Pausa para revisão

Cap. 10 e 11

Variação da composição química do Sol em função da profundidade e distribuição de abundâncias.



Um problema

Como o C está se convertendo em N no *core* do Sol?

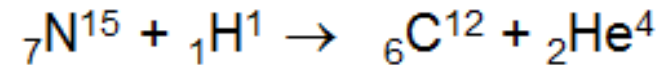
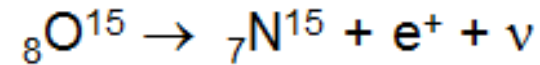
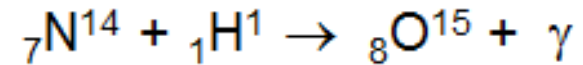
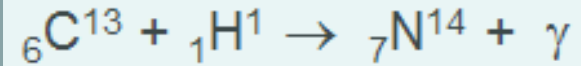
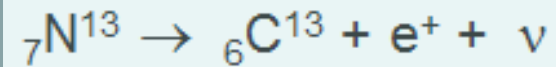
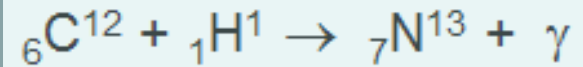
Ciclo CNO

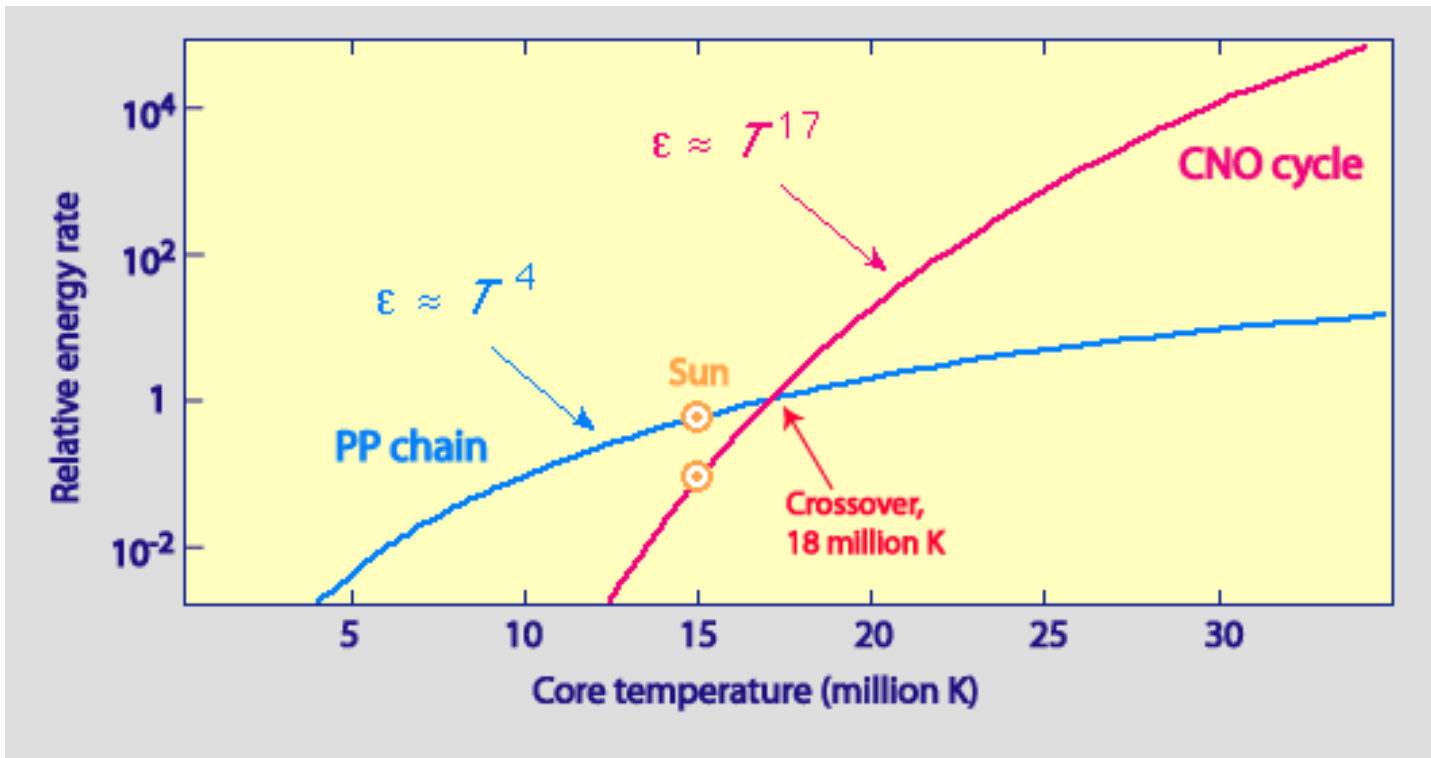
Uma explicação

Para $T > 2 \times 10^7 \text{K}$, a produção de He é feita essencialmente pelo ciclo do Carbono (CNO) → requer presença desses elementos.

Outro problema

Como pode ocorrer ciclo CNO no Sol se
 $T_c \sim 1,6 \times 10^6 \text{ K}$?





Credit: Mike Guidry, University of Tennessee.
<http://www.atnf.csiro.au>

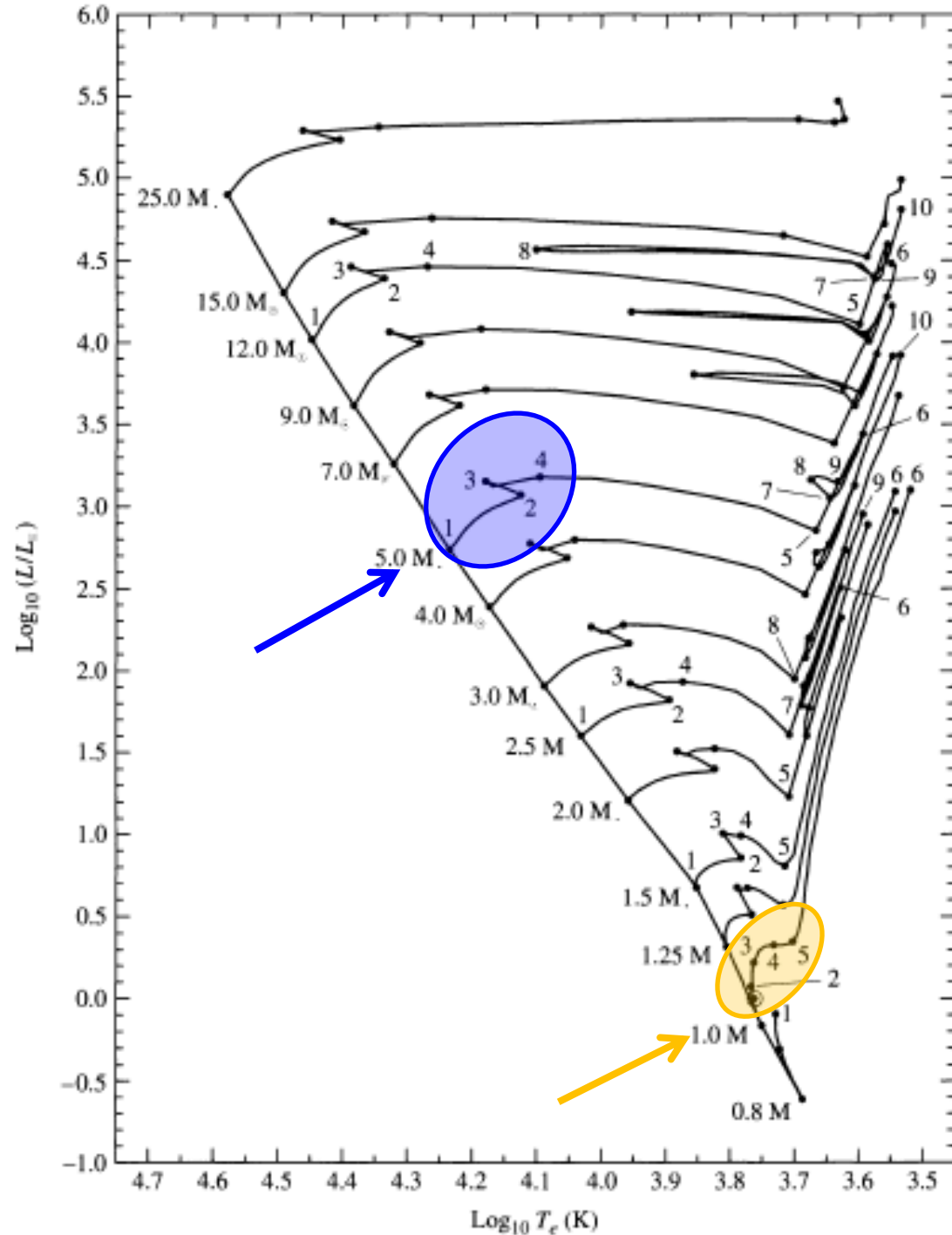
Fim da revisão

Fig. 13.1 Trilhas evolutivas após a Sequência Principal.

Estrelas com composição inicial $X=0,68$ $Y=0,3$ e $Z=0,02$

Cálculos incluem perda de massa e *overshooting* convectivo.

Adaptado de Schaller et al. 1992



Tab. 13.1 Tempo (Myr) decorrido depois de ter chegado na ZAMS

Initial Mass ($M_{\odot}$)	1 6	2 7	3 8	4 9	5 10
25	0 6.51783	6.33044 7.04971	6.40774 7.0591	6.41337	6.43767
15	0 11.6135	11.4099 11.6991	11.5842 12.7554	11.5986	11.6118
12	0 16.1150	15.7149 16.4230	16.0176 16.7120	16.0337 17.5847	16.0555 17.6749
9	0 26.5019	25.9376 27.6446	26.3886 28.1330	26.4198 28.9618	26.4580 29.2294
7	0 43.4304	42.4607 45.3175	43.1880 46.1810	43.2291 47.9727	43.3388 48.3916
5	0 95.2108	92.9357 99.3835	94.4591 100.888	94.5735 107.208	94.9218 108.454
4	0 166.362	162.043 172.38	164.734 185.435	164.916 192.198	165.701 194.284

pontos
indicados
na Fig. 13.1

Adaptado de Schaller et al. 1992

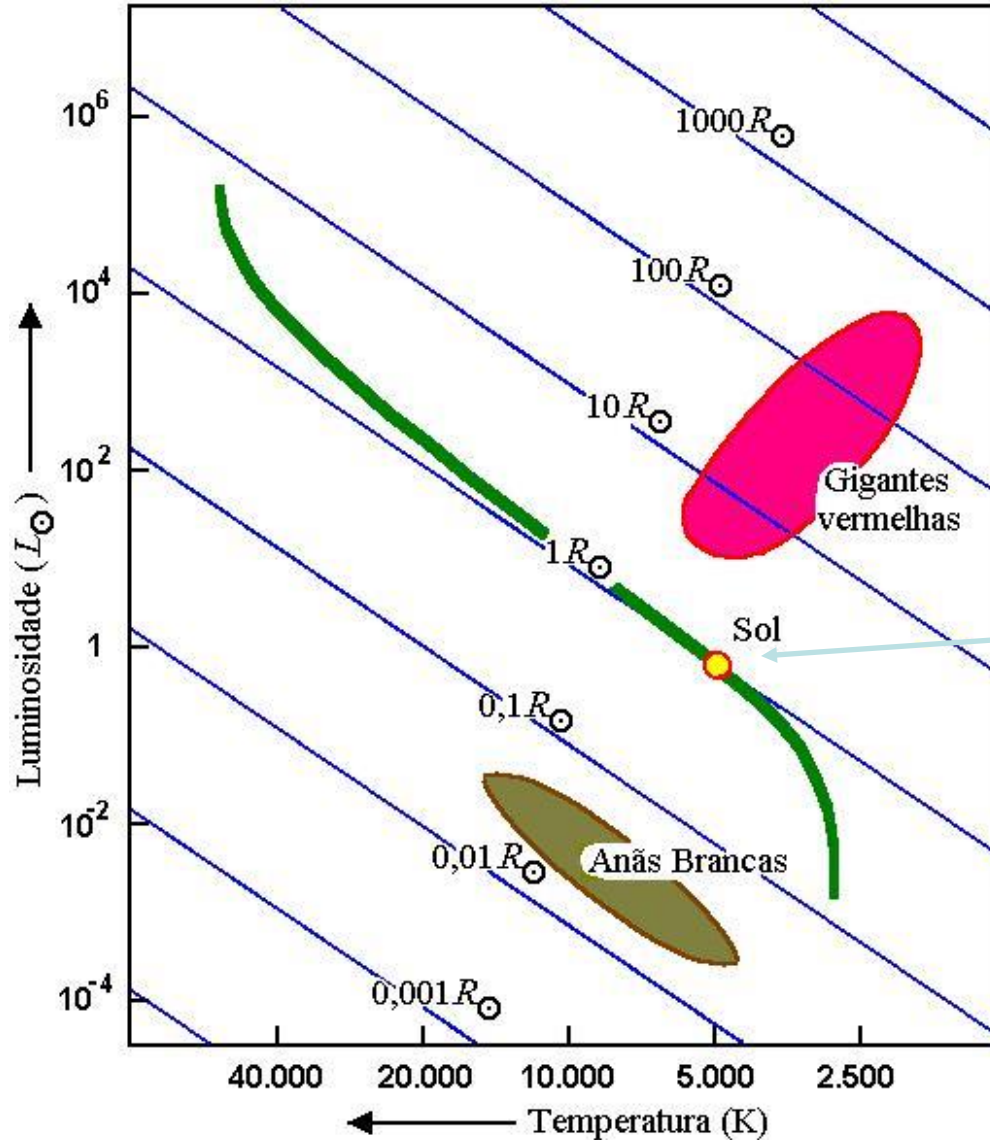
Tab. 13.1 Tempo (Myr) decorrido depois de ter chegado na ZAMS

Initial Mass ($M_{\odot}$)	1 6	2 7	3 8	4 9	5 10
4	0 166.362	162.043 172.38	164.734 185.435	164.916 192.198	165.701 194.284
3	0 357.310	346.240 366.880	352.503 420.502	352.792 440.536	355.018
2.5	0 595.476	574.337 607.356	584.916 710.235	586.165 757.056	589.786
2	0 1148.10	1094.08 1160.96	1115.94 1379.94	1117.74 1411.25	1129.12
1.5	0 2910.76	2632.52	2690.39	2699.52	2756.73
1.25	0 5588.92	4703.20	4910.11	4933.83	5114.83
1	0 12269.8	7048.40	9844.57	11386.0	11635.8
0.8	0	18828.9	25027.9		

pontos
indicados
na Fig. 13.1

Estrelas de massa semelhante à do Sol

- $P_{\text{gás}}$ diminui $\Rightarrow$ contração (~ 10 bilhões de anos após a chegada na sequência principal).
- Temperatura aumenta ($10^6 < T < 10^7$ K)
- Queima de H é mais rápida $P \uparrow$.
- Desbalanço geral: $R_{\text{ext}} \uparrow$ & $T_{\text{sup}} \downarrow$
- Estrela segue um **caminho evolutivo** no diagrama H-R.



(a) Ponto de partida da sequência principal

Como $T_{\text{sup}} \downarrow$ a trajetória segue para a direita e suavemente para cima ($R_{\text{ext}} \uparrow$).

Estrutura interna de uma estrela

1 M_☉

t = 4,57 Gyr

¹H¹, ²He³,

⁶C¹², ⁷N¹⁴,

Luminosidade

Pressão

Densidade

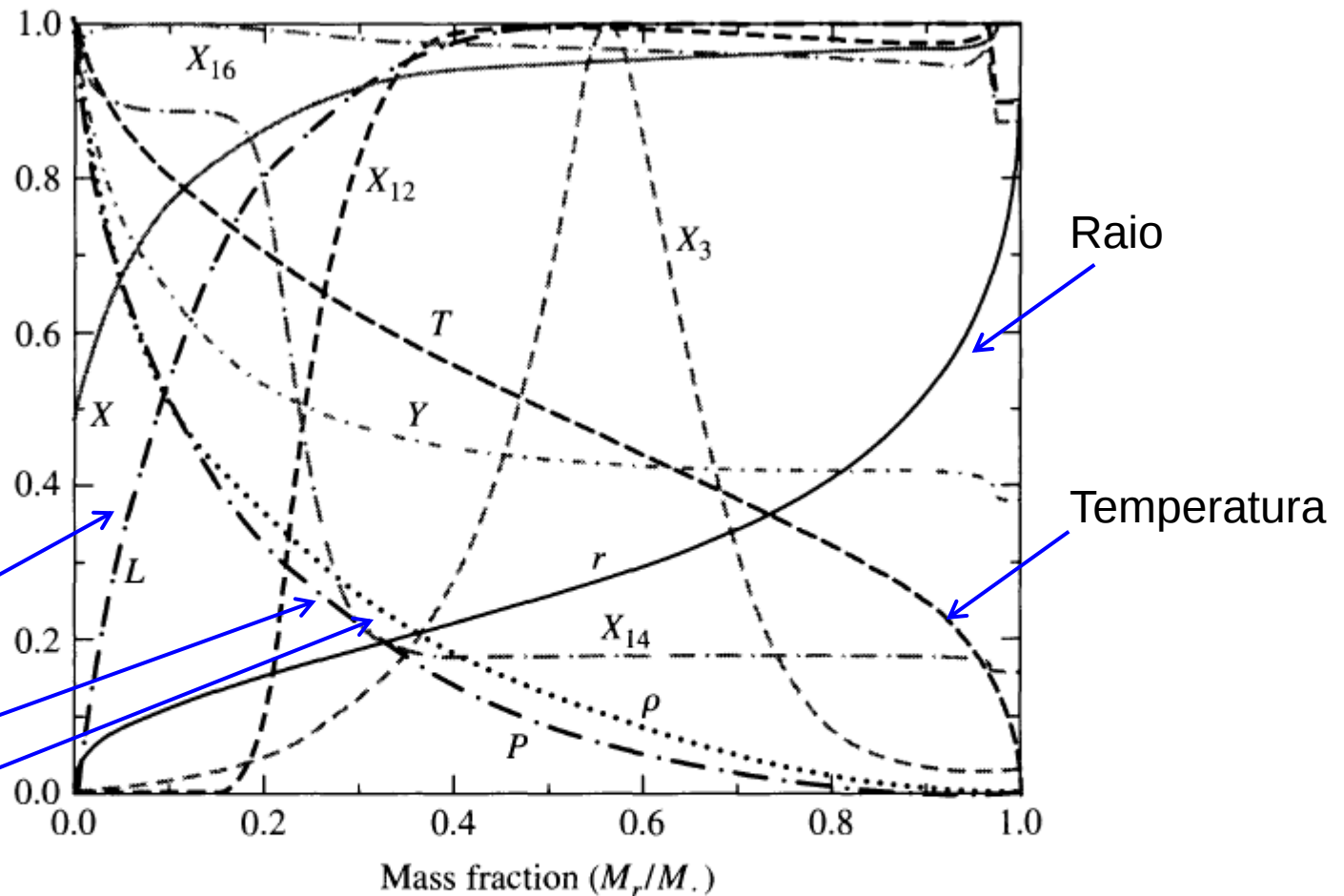
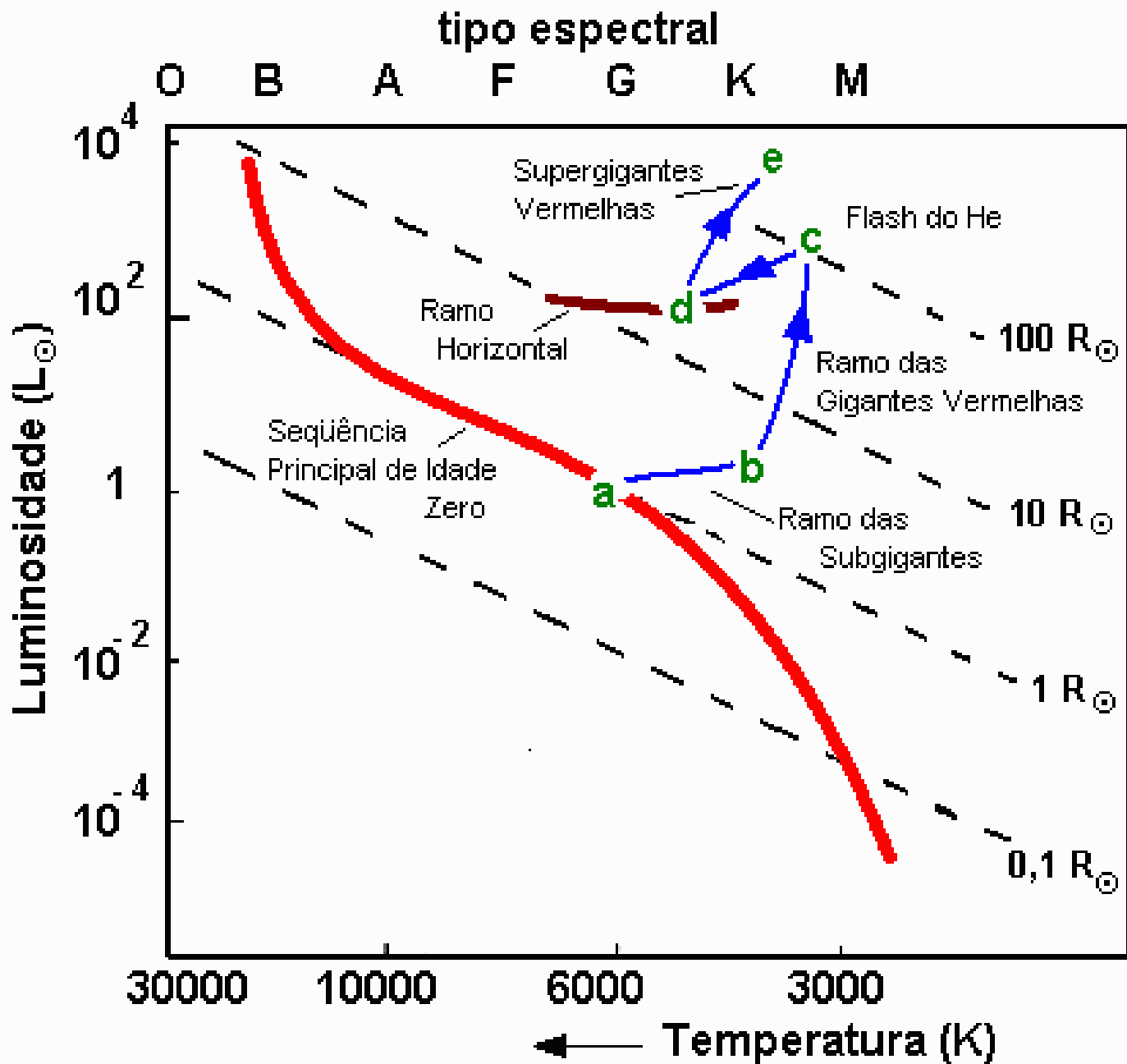


FIGURE 13.2 The interior structure of the present-day Sun (a 1 M_☉ star), 4.57 Gyr after reaching the ZAMS. The model is located between points 1 and 2 in Fig. 13.1. The maximum ordinate values of the parameters are $r = 1.0 R_{\odot}$, $L = 1.0 L_{\odot}$, $T = 15.69 \times 10^6$ K, $\rho = 1.527 \times 10^5$ kg m⁻³, $P = 2.342 \times 10^{16}$ N m⁻², $X = 0.73925$, $Y = 0.64046$, $X_3 = 3.19 \times 10^{-3}$, $X_{12} = 3.21 \times 10^{-3}$, $X_{14} = 5.45 \times 10^{-3}$, and $X_{16} = 9.08 \times 10^{-3}$. (Data from Bahcall, Pinsonneault, and Basu, *Ap. J.*, 555, 990, 2001.)

(b) Ramo das sub-gigantes

- Com o término do H no *core*, a camada acima não tem temperatura suficiente para continuar a fusão nuclear pela cadeia p-p → trajetória segue para o ramo das **sub-gigantes** ($3R_{\odot}$)
- Essa fase terá fim quando a massa do *core* for grande demais e o *core* não for capaz de suportar o material acima dele.



Limite de Schönberg-Chandrasekhar

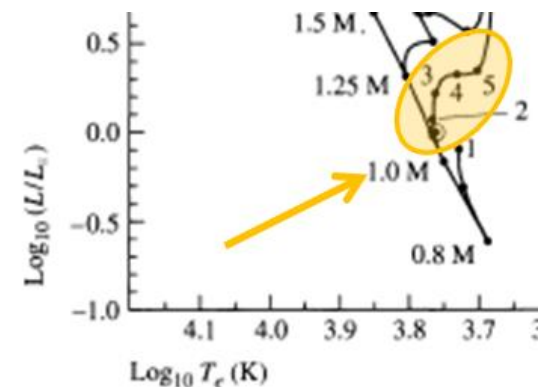
- A fração máxima da massa da estrela que pode existir no *core* isotérmico, e ainda suportar as camadas superiores, foi estimada inicialmente em 1942 por Schönberg e Chandrasekhar:

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \approx 0,37 \left(\frac{\mu_e}{\mu_{ic}}\right)$$

- Consequência do teorema de virial → equilíbrio hidrostático e em função do peso molecular médio do *core* isotérmico (μ_{ic}) e do envoltório (μ_e) .
- Quando esse limite é excedido, o *core* colapsa na escala de tempo de Kelvin-Helmholtz

→ posição 4 na Fig. 13.1

→ final da SP para $M \sim 1.2 M_{\odot}$.



THE ASTROPHYSICAL JOURNAL

VOLUME 96

SEPTEMBER 1942

NUMBER 2

ON THE EVOLUTION OF THE MAIN-SEQUENCE STARS

M. ŠCHÖNBERG¹ AND S. CHANDRASEKHAR

ABSTRACT

The evolution of the stars on the main sequence consequent to the gradual burning of the hydrogen in the central regions is examined. It is shown that, as a result of the decrease in the hydrogen content in these regions, the convective core (normally present in a star) eventually gives place to an isothermal core. It is further shown that there is an upper limit (~ 10 per cent) to the fraction of the total mass of hydrogen which can thus be exhausted. Some further remarks on what is to be expected beyond this point are also made.

YERKES OBSERVATORY
WILLIAMS BAY, WISCONSIN
AND
UNIVERSITY OF SÃO PAULO
BRAZIL

¹ Fellow of the J. S. Guggenheim Foundation, at the Yerkes Observatory.

Example 13.1.1. If a star is formed with the initial composition $X = 0.68$, $Y = 0.30$, and $Z = 0.02$, and if **complete ionization** is assumed at the **core–envelope boundary**, we find from Eq. (10.16) that $\mu_{\text{env}} \simeq 0.63$. Assuming that all of the hydrogen has been converted into helium in the isothermal core, $\mu_{ic} \simeq 1.34$. Therefore, from Eq. (13.1), the Schönberg–Chandrasekhar limit is

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \approx 0,37 \left(\frac{0,63}{1,34}\right)^2 \quad \left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \simeq 0.08.$$

The isothermal core will collapse if its mass exceeds 8% of the star's total mass.


$$\frac{1}{\mu_i} = 2X + \frac{3}{4}Y + \left\langle \frac{1+z}{A} \right\rangle Z$$

Revisão Cap. 10

where X_j is the mass fraction of atoms of type j . Solving for $1/\mu_n$, we have

$$\frac{1}{\mu_n} = \sum_j \frac{1}{A_j} X_j. \quad (10.13)$$

Thus, for a neutral gas,

$$\frac{1}{\mu_n} \simeq X + \frac{1}{4}Y + \left\langle \frac{1}{A} \right\rangle_n Z. \quad (10.14)$$

$\langle 1/A \rangle_n$ is a weighted average of all elements in the gas heavier than helium. For solar abundances, $\langle 1/A \rangle_n \sim 1/15.5$.

contributes two free electrons plus its nucleus. Therefore, for a completely ionized gas, Eq. (10.13) becomes

$$\frac{1}{\mu_i} = \sum_j \frac{1 + z_j}{A_j} X_j. \quad (10.15)$$

Including hydrogen and helium explicitly, we have

$$\frac{1}{\mu_i} \simeq 2X + \frac{3}{4}Y + \left\langle \frac{1 + z}{A} \right\rangle_i Z. \quad (10.16)$$

For elements much heavier than helium, $1 + z_j \simeq z_j$, where $z_j \gg 1$ represents the number of protons (or electrons) in an atom of type j . It also holds that $A_j \simeq 2z_j$, the relation being based on the facts that sufficiently massive atoms have approximately the same number of protons and neutrons in their nuclei and that protons and neutrons have very similar masses (see page 299). Thus

$$\left\langle \frac{1 + z}{A} \right\rangle_i \simeq \frac{1}{2}.$$

Example 13.1.1. If a star is formed with the initial composition $X = 0.68$, $Y = 0.30$, and $Z = 0.02$, and if **complete ionization** is assumed at the **core-envelope boundary**, we find from Eq. (10.16) that $\mu_{\text{env}} \simeq 0.63$. Assuming that all of the hydrogen has been converted into **helium in the isothermal core**, $\mu_{\text{ic}} \simeq 1.34$. Therefore, from Eq. (13.1), the Schönberg-Chandrasekhar limit is

$$\left(\frac{M_{\text{ic}}}{M}\right)_{\text{SC}} \approx 0,37 \left(\frac{0,63}{1,34}\right)^2 \quad \left(\frac{M_{\text{ic}}}{M}\right)_{\text{SC}} \simeq 0.08.$$

The isothermal core will collapse if its mass exceeds 8% of the star's total mass.

$$\frac{1}{\mu_i} = 2X + \frac{3}{4}Y + \left\langle \frac{1+z}{A} \right\rangle Z \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_{\text{env}}} = 2 \times 0.68 + \frac{3}{4} \times 0.3 + \frac{1}{2} \times 0.02 = 1.595 \\ \frac{1}{1.586} = \mu_{\text{env}} = 0.627 \end{array} \right.$$

$$\boxed{\frac{1}{\mu_n} \cong X + \frac{1}{4}Y + \left\langle \frac{1}{A} \right\rangle_n Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_{\text{ic}}} = 1 \times 0.68 + \frac{1}{4} \times 0.3 + \frac{1}{15.5} \times 0.02 = 0.756 \\ \frac{1}{0.756} = \mu_{\text{ic}} = 1.322 \end{array} \right.$$

Gás neutro no core

Gás degenerado

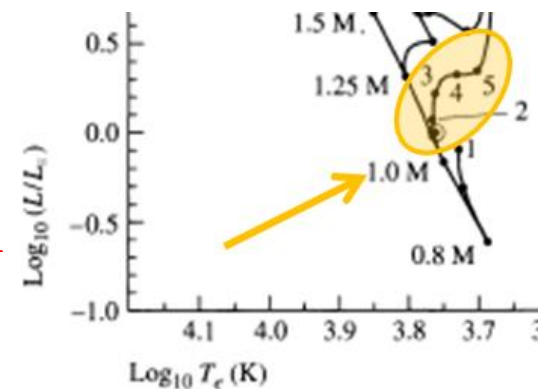
- A massa de um core isotérmico pode ultrapassar o limite de Schönberg-Chandrasekhar se uma fonte adicional de pressão suplementar a pressão do gás ideal.
- Isso ocorre quando os elétrons do gás tornam-se degenerados.
- Férmions obedecem o princípio de exclusão de Pauli → nas altas densidades, elétrons são forçados a ocupar os mais baixos estados de energia e posteriormente os mais altos.
- No estado de completa degenerescência, a pressão do gás é devida a movimentos não térmicos dos elétrons → independe da temperatura:

$$P_e = K\rho^{5/3}$$

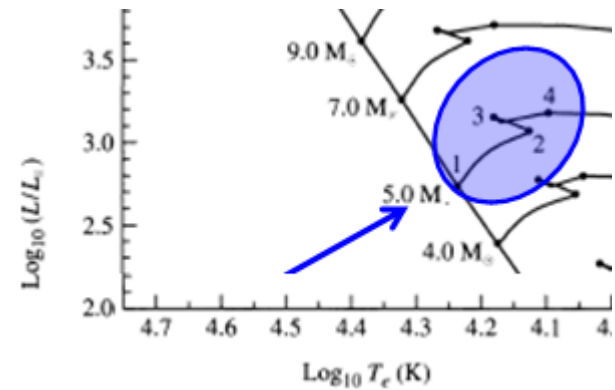
(para elétrons não-relativísticos)

Gás degenerado (cont.)

- Na **degenerescência parcial**, resta alguma dependência com a temperatura;
- O *core* isotérmico de uma estrela com $1 M_{\odot}$ (**entre os pontos 3 e 4 da Fig. 13.1**) encontra-se parcialmente degenerado $\rightarrow$ a massa do *core* pode chegar a 13% da massa total da estrela antes de começar a colapsar.
- **Estrelas menos massivas** têm mais altos níveis de degenerescência $\rightarrow$ **não excedem** o limite de Schönberg-Chandrasekhar antes do início do próximo estágio de queima nuclear



Estrelas de $5 M_{\odot}$



- Em **estrelas massivas**, a evolução é semelhante à do Sol, com uma principal diferença $\rightarrow$ **core convectivo** $\rightarrow$ efeito de misturar continuamente o material, mantendo a composição do *core* $\sim$ homogênea.
- Quando a fração de H é $X \sim 0,05$ no *core* de uma estrela de $5 M_{\odot}$ (ponto 2 na Fig. 13.1) a estrela como um todo começa a contrair;
- Com a liberação da energia gravitacional, a luminosidade aumenta levemente;
- O raio diminui $\rightarrow$ temperatura aumenta.

Fim da SP para estrelas massivas.

Próxima aula

- 13.2 Estágios finais da evolução estelar
- 13.3 O final das estrelas massivas
- 13.4 Aglomerados estelares