Exame Unificado das Pós-graduações em Física

EUF

2º Semestre/2010

Parte 1 — 27/04/2010

Instruções:

- **NÃO ESCREVA O SEU NOME NA PROVA.** Ela deverá ser identificada **apenas através do código (EUFxxx)**.
- Esta prova constitui a **primeira parte** do exame unificado das Pós-Graduação em Física.

  Ela contém problemas de: Mecânica Clássica, Física Moderna, Termodinâmica e Mecânica Estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de **4 horas**. O tempo mínimo de permanência na sala é de **90 minutos**.
- **NÃO** é permitido o uso de **calculadoras** ou outros instrumentos eletrônicos.
- **RESOLVA CADA QUESTÃO NA PÁGINA CORRESPONDENTE DO CADERNO DE RESPOSTAS.** As folhas serão reorganizadas para a correção. Se precisar de mais espaço, utilize as folhas extras do caderno de respostas. **Não esqueça de escrever nas folhas extras o número da questão (Q1, ou Q2, ou . . .) e o seu código de identificação (EUFxxx). Folhas extras sem essas informações não serão corrigidas.**
Use uma folha extra diferente para cada questão. Nao destaque a folha extra.
- Se precisar de rascunho, use as folhas indicadas por RASCUNHO, que se encontram no fim do caderno de respostas. **NÃO AS DESTAQUE**. As folhas de rascunho serão descartadas e **questões nelas resolvidas não serão consideradas**.
- **NÃO** escreva nada no formulário; **DEVOLVA-O** ao fim da prova, pois ele será utilizado amanhã.

Boa prova!

Q1. A interação entre dois átomos de massas m_1 e m_2, que formam uma molécula, pode ser descrita pelo potencial de Lennard-Jones dado por

$$V(x) = A\left[\left(\frac{b}{x}\right)^{12} - 2\left(\frac{b}{x}\right)^{6}\right],$$

onde A e b são parâmetros positivos e x a separação interatômica. Trate o problema classicamente e despreze qualquer tipo de rotação da molécula.

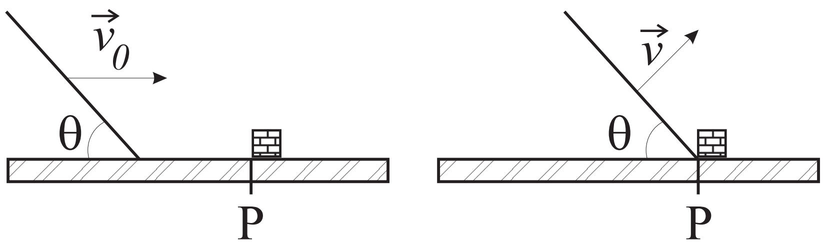
(a) Determine a posição de equilíbrio em função de A e b.

(b) Calcule a menor energia para dissociar a molécula.

(c) Mostre que o equilíbrio é estável e calcule a frequência de pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio.

(d) Desenhe um gráfico do potencial de Lenard Jones indicando os parâmetros obtidos nos itens (a) e (b).

Q2. Atualmente, a totalidade dos atletas de alto nível de salto em altura utiliza uma técnica para o salto batizada de "Salto Fosbury". Suponha que nesse salto o atleta possa ser aproximado por uma barra rígida de comprimento ℓ, inclinada por um ângulo θ e movendo-se com uma velocidade ν_0 para a direita conforme mostra a figura abaixo. No momento do "salto" essa barra começa a girar em torno do ponto **P**. A barra possui uma massa m homogeneamente distribuída.



(a) Calcule o momento de inércia da barra em relação à sua extremidade.

(b) A conservação de uma grandeza física permite que a barra obtenha uma componente vertical para a velocidade do seu centro de massa. Qual é essa grandeza física?

(c) Calcule a componente vertical ν_v da velocidade do seu centro de massa imediatamente após atingir o ponto **P**.

(d) Qual é a altura máxima atingida pelo seu centro de massa em relação ao solo.

Q3. Uma fonte produz um feixe de nêutrons com energia cinética média de 0,0133 eV e incerteza relativa na velocidade, $\Delta v/v$, de 1×10^{-4}. Num determinado instante, a função de onda unidimensional de um nêutron é descrita por um pacote de ondas dado por

$$\Psi(x) = A\, exp\left(-\frac{x^2}{2(\Delta x)^2}\right)\, exp(ik_0 x)\ .$$

Nesta expressão, A é uma constante, Δx é a incerteza padrão na posição, e $\hbar k_0$ é o momento linear médio.

(a) Estime o comprimento de onda de de Broglie do nêutron e identifique a região do espectro eletromagnético correspondente a esse comprimento de onda.

(b) Estime a temperatura associada a essa fonte de nêutrons.

(c) Determine a constante A, expressando-a em termos de Δx.

(d) Com um pacote de ondas desse tipo, o produto das incertezas na posição e no momento é o mínimo permitido pelo princípio da incerteza. Estime Δx neste caso.

Q4. Átomos muônicos são formados por um núcleo de carga Ze, com o muon negativo orbitando ao redor do núcleo. O muon possui carga igual à do elétron, mas massa 207 vezes maior que a deste. Para um átomo muônico cujo núcleo é formado por apenas um próton ($m_p = 1836\ m_e$), estime:

(a) a massa reduzida do sistema, em termos da massa do elétron m_e.

(b) o raio da primeira órbita de Bohr desse átomo muônico,

(c) o comprimento de onda da primeira linha da série de Lyman, sabendo que

$$\frac{1}{\lambda} = R_\mu \cdot \left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right)\ ,$$

onde R_μ é a constante de Rydberg para o átomo muônico.

(d) Qual é a região do espectro eletromagnético que permite estudar a emissão da série de Lyman desse átomo muônico?

Q5. A função de partição de um gás monoatômico de N partículas interagentes pode ser escrita como:

$$Z = \left(\frac{V - Nb}{N}\right)^N \left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3N}{2}} exp\left(\frac{N^2 a}{Vk_BT}\right)\ ,$$

onde a e b são constantes positivas e m a massa da partícula.

(a) Determine a energia livre de Helmholtz do gás.

(b) Determine a equação de estado desse gás, em termos da pressão, do volume específico $v = V/N$, da temperatura e de constantes.

(c) Determine a energia interna específica $u = U/N$ do gás.

(d) Considere que o gás sofra um processo de expansão livre no qual seu volume inicial V é duplicado no interior de um recipiente feito de paredes adiabáticas. Calcule a variação da temperatura absoluta que ocorre no processo.

Exame Unificado
das Pós-graduações em Física

EUF

2º Semestre/2010

Parte 2 — 28/04/2010

Instruções:

- **NÃO ESCREVA O SEU NOME NA PROVA.** Ela deverá ser identificada **apenas através do código (EUFxxx)**.
- Esta prova constitui a **segunda parte** do exame unificado das Pós-Graduação em Física.

  Ela contém problemas de: Eletromagnetismo, Mecânica Quântica, Termodinâmica e Mecânica Estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de **4 horas**. O tempo mínimo de permanência na sala é de **90 minutos**.
- **NÃO** é permitido o uso de **calculadoras** ou outros instrumentos eletrônicos.
- **RESOLVA CADA QUESTÃO NA PÁGINA CORRESPONDENTE DO CADERNO DE RESPOSTAS.** As folhas serão reorganizadas para a correção. Se precisar de mais espaço, utilize as folhas extras do caderno de respostas. **Não esqueça de escrever nas folhas extras o número da questão (Q6, ou Q7, ou . . .) e o seu código de identificação (EUFxxx). Folhas extras sem essas informações não serão corrigidas.**
  Use uma folha extra diferente para cada questão. Nao destaque a folha extra.
- Se precisar de rascunho, use as folhas indicadas por RASCUNHO, que se encontram no fim do caderno de respostas. **NÃO AS DESTAQUE**. As folhas de rascunho serão descartadas e **questões nelas resolvidas não serão consideradas**.
- **NÃO** é necessário devolver o Formulário.

Boa prova!

Q6. Um cabo coaxial é constituído por um fio sólido de raio a envolto por uma casca cilíndrica concêntrica de raio b, com comprimento $L >> b$. Ele é usado como linha de transmissão entre uma bateria de fem V e uma resistência R, como indicado na figura abaixo. Despreze a resistência do cabo.

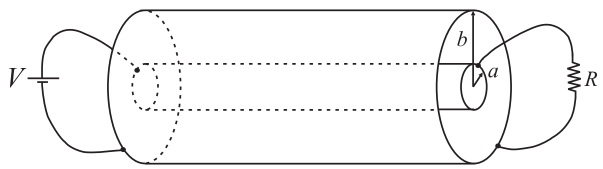
(a) Calcule o vetor campo elétrico no interior do cabo coaxial ($a < r < b$).

(b) Calcule o vetor campo magnético no interior do cabo coaxial ($a < r < b$).

(c) Calcule o vetor de Poynting, indicando esquematicamente os vetores $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{S}$ com relação à seção transversal do cabo coaxial. O que aconteceria se os pólos da bateria fossem invertidos?

(d) Usando o vetor de Poynting, calcule a potência que flui da bateria para o resistor e explique por que este resultado é esperado.

Observação: Indique claramente as superfícies gaussianas e/ou caminhos de integração utilizados nos cálculos acima.



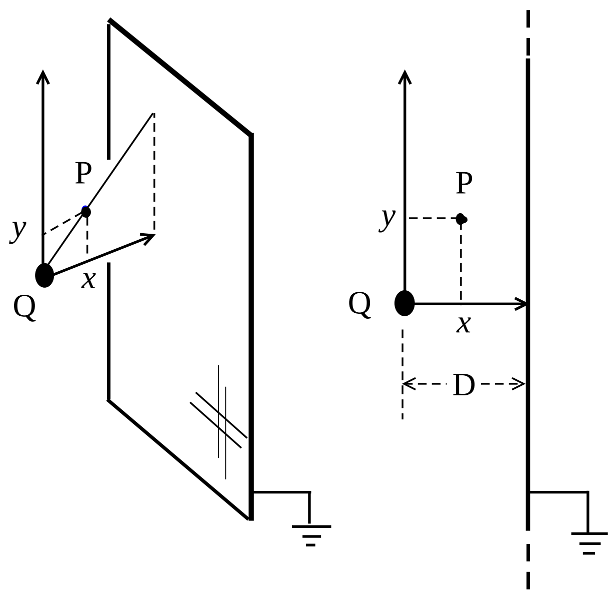
Q7. Considere uma carga puntiforme $Q > 0$ a uma distância D de uma placa infinita, condutora e aterrada, como ilustrada abaixo.

(a) Desenhe as linhas de campo elétrico e as equipotenciais. Justifique seu desenho.

(b) Calcule as componentes $\hat{x}$ e $\hat{y}$ do vetor campo elétrico, em todo o espaço à esquerda da placa, em termos das componentes do ponto P ilustrado na figura abaixo.

(c) Qual a densidade de carga na placa?

(d) Determine a força exercida pela placa sobre a carga Q.



Q8. Uma partícula de massa m encontra-se inicialmente em um poço de potencial unidimensional dado por

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq -\frac{L}{2}, \\ 0, & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}, \\ \infty, & x \geq \frac{L}{2}. \end{cases} \tag{1}$$

(a) Calcule as autofunções e as autoenergias do estado fundamental e do primeiro estado excitado.

(b) Considere agora que o potencial expande-se instantaneamente para

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq -L, \\ 0, & -L < x < L, \\ \infty, & x \geq L. \end{cases} . \tag{2}$$

Calcule a probabilidade da partícula realizar uma transição do estado fundamental do potencial (1) para o primeiro estado excitado do potencial (2).

(c) Calcule a probabilidade da partícula continuar no estado fundamental após a expansão.

(d) Considere que a partícula se encontre no estado fundamental após a expansão. Calcule a probabilidade da partícula ser encontrada fora da região $-L/2 < x < L/2$.

Q9. As matrizes de Pauli, σ_x, σ_y e σ_z, são extremamente importantes quando se considera uma partícula de spin 1/2.

(a) Utilize explicitamente a representação matricial dos operadores de Pauli e encontre seus autovalores e autovetores, bem como o comutador $[\sigma_y,\sigma_x]$.

(b) Considere um estado arbitrário para uma partícula de spin 1/2 dado por $|\psi\rangle = a|-\rangle + b|+\rangle$, com $|a|^2 + |b|^2 = 1$, sendo $\{|-\rangle,|+\rangle\}$ autovetores de σ_z. Mostre como este estado é transformado sob a ação de cada um dos operadores σ_x, σ_y e σ_z, independentemente.

(c) Mostre como o operador $exp\,(i\alpha\sigma_x)$ atua sobre o estado $|\psi\rangle$.

(d) Quais imposições devem ser consideradas sobre α para que o operador do item (c) seja hermitiano? e para que seja unitário?

Q10. Um corpo de capacidade térmica a pressão constante, C_P (independente da temperatura), que se encontra inicialmente na temperatura T_1, é colocado em contato térmico com um reservatório térmico na temperatura T_2, sendo $x \equiv T_1/T_2 < 1$. Após o equilíbrio térmico ter sido atingido, determine:

(a) A variação da entropia do corpo.

(b) A variação da entropia do reservatório.

(c) A variação da entropia do Universo.

(d) Verifique se o resultado obtido no item (c) está de acordo com a 2ª lei da termodinâmica.