EUF

Exame Unificado
das Pós-graduações em Física

Para o primeiro semestre de 2020

02 de outubro 2019

Parte 2

Esta prova contém questões de eletromagnetismo, física moderna, mecânica quântica e mecânica estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.

Informações úteis para a solução desta prova podem ser encontradas no formulário fornecido.

Boa prova!

Q6. Um solenoide muito longo, de seção reta circular de raio R, com n voltas por unidade de comprimento, tem uma corrente elétrica dada por $I(t) = I_0 \sin \omega t$. Seu eixo encontra-se ao longo do eixo z de um sistema de coordenadas. Assuma o limite quase-estático ($\omega R \ll c$) e que o campo magnético **B** fora do solenoide é nulo.

(a) Calcule o vetor campo magnético **B** dentro do solenoide.
(b) Calcule o vetor campo elétrico **E** dentro do solenoide.
(c) Calcule o vetor campo elétrico **E** fora do solenoide.

Q7. Um circuito RC é composto de um resistor de resistência R ligado em série a um capacitor de capacitância C. No instante $t = 0$, uma bateria de voltagem V é conectada ao circuito. O capacitor, inicialmente descarregado, consiste em duas placas metálicas circulares de raio a separadas por uma distância d ($d \ll a$) e com vácuo entre elas. Despreze efeitos de borda no capacitor, ou seja, considere o campo elétrico uniforme entre as placas e nulo fora delas. Assuma o limite quase-estático.

(a) Calcule a capacitância C do capacitor.
(b) Calcule a corrente elétrica no circuito como função do tempo para $t > 0$.
(c) Calcule o vetor campo magnético **B** nas bordas laterais da região entre as placas do capacitor como função do tempo para $t > 0$.
(d) Calcule o vetor de Poynting e a taxa temporal de energia eletromagnética entrando na região entre as placas do capacitor enquanto ele é carregado.

Q8. A superfície do Sol está a uma temperatura aproximada de $6{,}0 \times 10^3$ K, enquanto a superfície da estrela supergigante Betelgeuse está a uma temperatura aproximada de $3{,}0 \times 10^3$ K. Suponha que ambas as estrelas irradiem como corpos negros perfeitos.

(a) A radiância espectral é definida como a energia irradiada por unidade de tempo e por unidade de área da superfície de um corpo no intervalo de comprimentos de onda entre λ e $\lambda + d\lambda$. Qual é a razão entre o comprimento de onda para o qual a radiância espectral do Sol é máxima e o comprimento de onda correspondente para Betelgeuse?
(b) Qual é a razão entre a radiância (energia total irradiada por unidade de tempo e de área da superfície) na superfície do Sol e a radiância na superfície de Betelgeuse?
(c) A potência de radiação de Betelgeuse é de cerca de $4{,}0 \times 10^4$ vezes a potência de radiação do Sol. Estime a razão entre o raio de Betelgeuse e o raio do Sol.

Q9. Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional com uma base ortonormal dada pelos vetores $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$. Nessa base (e nessa ordem), o hamiltoniano H do sistema é representado por

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

onde ω é uma constante positiva.

(a) Determine os autovalores de energia do sistema, $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$, e os seus respectivos autovetores $|\varphi_1\rangle$, $|\varphi_2\rangle$ e $|\varphi_3\rangle$.

(b) Considere que no instante inicial, $t = 0$, o estado do sistema é dado pelo vetor

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{2}|\alpha_1\rangle + \frac{1}{2}|\alpha_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha_3\rangle.$$

Determine os valores que poderiam ser obtidos em uma medida da energia do sistema no instante inicial e suas respectivas probabilidades.

(c) Determine o estado do sistema $|\psi(t)\rangle$ no instante $t > 0$ na base $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$.

(d) Considere um observável A cuja representação matricial é dada, na mesma base em que H foi escrito na Eq. (1), por

$$A = a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

onde a é uma constante. Determine o valor esperado do observável A no **estado fundamental** do sistema.

Q10. Considere um sistema de N átomos localizados que não interagem entre si. Cada átomo pode estar em um de três estados diferentes. A energia de um dos estados é nula, enquanto os outros dois estados são degenerados, com energia Δ. O sistema está em equilíbrio térmico a uma temperatura T.

(a) Calcule a energia interna do sistema.

(b) Calcule a entropia do sistema.

(c) Obtenha a entropia nos limites $T \to 0$ e $T \to \infty$ se $\Delta > 0$.

(d) Obtenha a entropia nos limites $T \to 0$ e $T \to \infty$ se $\Delta < 0$.