Questão EM1A

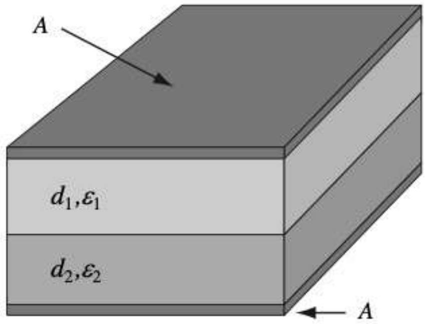
Duas partículas de massas iguais a m e cargas iguais a q são suspensas por fios de comprimento l a partir de um mesmo ponto, permanecendo em equilíbrio de tal forma que os fios formem um ângulo θ. Considere a situação em que θ é muito pequeno.

Qual é a distância d entre as cargas?

- [x] a) $d \approx \left[\dfrac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg}\right]^{\frac{1}{3}}$
- [ ] b) $d \approx \left[\dfrac{q^2 l}{4\pi\epsilon_0 mg}\right]^{\frac{1}{3}}$
- [ ] c) $d \approx \left[\dfrac{q^2 l}{4\pi\epsilon_0 mg}\right]^{\frac{1}{2}}$
- [ ] d) $d \approx \left[\dfrac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg}\right]^{\frac{1}{2}}$
- [ ] e) $d \approx \dfrac{q^2 l}{4\pi\epsilon_0 mg}$

Questão EM2A

Considere um capacitor de placas paralelas com áreas iguais a A, preenchido com uma combinação de dois dielétricos. O primeiro dielétrico, de permissividade ϵ_1 e espessura d_1, é colocado em cima do segundo dielétrico, de permissividade ϵ_2 e espessura d_2. Ambos os dielétricos tem áreas iguais às áreas das placas e são encaixados perfeitamente dentro do capacitor, pois a distância entre as placas é $d_1 + d_2$.



Qual é a capacitância por unidade de área do capacitor?

- [x] a) $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1}$
- [ ] b) $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1} \ln\left(\frac{\epsilon_1 d_2}{\epsilon_2 d_1}\right)$
- [ ] c) $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1}$
- [ ] d) $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 d_1 + \epsilon_2 d_2} \ln\left(\frac{\epsilon_1 d_1}{\epsilon_2 d_2}\right)$
- [ ] e) $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 (d_1 + d_2)}{\epsilon_1 d_1^2 + \epsilon_2 d_2^2}$

Questão EM3A

Considere uma espira quadrada de fio de resistência R, localizada no plano (x, y). As posições dos vértices da espira são $(0, 0)$, $(0, L)$, $(L, 0)$ e (L, L). Nesta região existe um campo magnético não uniforme e dependente do tempo dado por $\vec{B}(x, t) = -3Ctx^2\hat{z}$, onde C é uma constante.

Qual é a corrente i induzida na espira num certo instante t?

- [x] a) $i = \dfrac{CL^4}{R}$
- [ ] b) $i = \dfrac{\mu_0 CL^5}{tR^2}$
- [ ] c) $i = \dfrac{\mu_0 CL^5}{4\pi tR^2}$
- [ ] d) $i = \dfrac{CL^4}{2R}$
- [ ] e) $i = \dfrac{\mu_0 CL^5}{2tR^2}$

Questão EM4A

O potencial elétrico na superfície de uma casca esférica oca de raio R é $V(\theta) = V_0 \cos\theta$, onde V_0 é uma constante. Neste problema, usamos coordenadas esféricas com origem no centro da casca.

Qual é o potencial dentro da casca?

- [x] a) $V(r, \theta) = \frac{V_0 r}{R} \cos\theta$
- [ ] b) $V(r, \theta) = \frac{V_0 R^2}{r^2} \cos\theta$
- [ ] c) $V(r, \theta) = \frac{V_0 R}{r} \operatorname{sen}\theta$
- [ ] d) $V(r, \theta) = \frac{V_0 r^2}{R^2} \operatorname{sen}\theta$
- [ ] e) $V(r, \theta) = V_0 \left[1 + \ln\left(\frac{r^2}{R^2}\right)\right] \cos\theta$

Questão EM5A

Uma camada fina de um material transparente de índice de refração 1,30 cobre a superfície de um vidro de índice de refração 1,50.

Qual deve ser a espessura mínima da camada para que não haja reflexão de luz monocromática de comprimento de onda de 520 nm que incide normalmente na camada?

- [x] a) 100 nm
- [ ] b) 130 nm
- [ ] c) 200 nm
- [ ] d) 260 nm
- [ ] e) 400 nm

Questão EM6A

Uma linha muito longa com densidade linear de carga uniforme λ encontra-se posicionada paralelamente a um plano infinito condutor aterrado ($V = 0$). A distância da linha até o plano é d.

O módulo da força entre o plano e a linha de carga, por unidade de comprimento da linha, é:

- [x] a) $\frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0 d}$
- [ ] b) $\frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$
- [ ] c) $\frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 d}$
- [ ] d) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d^2}$
- [ ] e) $\frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 d^2}$

Questão EM7A

Um condutor neutro na forma de um caroço de feijão é posto em uma região do espaço onde há um campo elétrico uniforme $\vec{E}_0$. A presença deste condutor gera contribuições adicionais ao campo elétrico, dando origem a um novo campo elétrico total $\vec{E}$.

Para regiões bem distantes do condutor, as contribuições adicionais devido ao condutor $|\vec{E} - \vec{E}_0|$ decaem com a distância r como:

- [ ] a) $|\vec{E} - \vec{E}_0| \propto r^{-1}$
- [ ] b) $|\vec{E} - \vec{E}_0| \propto r^{-2}$
- [x] c) $|\vec{E} - \vec{E}_0| \propto r^{-3}$
- [ ] d) $|\vec{E} - \vec{E}_0| \propto r^{-4}$
- [ ] e) $|\vec{E} - \vec{E}_0| \propto e^{-r/r_0}$, onde r_0 é proporcional às dimensões do condutor.

Questão EM8A

Um pequeno dielétrico neutro de susceptibilidade elétrica χ_e se encontra a uma distância r muito grande de um pequeno condutor isolado cuja carga elétrica total é Q.

Nestas condições, podemos afirmar que a força elétrica entre o dielétrico e o condutor:

- [x] a) tem módulo $F(r) \propto \frac{\chi_e Q^2}{r^5}$ e é atrativa.
- [ ] b) tem módulo $F(r) \propto \frac{\chi_e Q}{r^5}$ e é atrativa.
- [ ] c) tem módulo $F(r) \propto \frac{\chi_e Q^2}{r^3}$ e é atrativa.
- [ ] d) tem módulo $F(r) \propto \frac{\chi_e Q^2}{r^3}$ e é repulsiva.
- [ ] e) tem módulo $F(r) \propto \frac{\chi_e Q}{r^3}$ e é repulsiva.

Questão TE5A

Em um modelo simplificado para um sólido cristalino, supõe-se que cada um dos N átomos de uma rede está associado a três modos de vibração, todos com a mesma frequência angular ω. Os modos de vibração são descritos como osciladores harmônicos quânticos unidimensionais e independentes. O sólido está em contato com um reservatório à temperatura T.

Se k_B é a constante de Boltzmann e $\hbar$ a constante de Planck dividida por 2π, a energia livre de Helmholtz por átomo é dada por:

- [ ] a) $3k_BT\ln\left[2\cosh(\frac{\hbar\omega}{2k_BT})\right]$
- [x] b) $3k_BT\ln\left[2\sinh(\frac{\hbar\omega}{2k_BT})\right]$
- [ ] c) $3k_BT\ln\left[2\tanh(\frac{\hbar\omega}{2k_BT})\right]$
- [ ] d) $\frac{3k_BT}{2\sinh\ (\frac{\hbar\omega}{2k_BT})}$
- [ ] e) $k_BT\ln\left[2\sinh(\frac{\hbar\omega}{2k_BT})\right]$

Questão TE6A

Um estudante observa uma transição de fase em um material magnético através de uma divergência na capacidade térmica em uma temperatura crítica $T_c > 0$. Ele propõe um modelo de N átomos não interagentes de spin 1/2 em equilíbrio a uma temperatura T. Na presença de um campo magnético h, cada átomo possui dois estados com energias $-\mu h$ e μh , onde μ é o momento magnético do átomo.

Este modelo prevê que a capacidade térmica C é dada por

- [ ] a) $C = \frac{N\mu^2 h^2}{k_B T^2}\text{sech}^2(\frac{\mu h}{k_B T})$, o que explica a transição de fase.
- [x] b) $C = \frac{N\mu^2 h^2}{k_B T^2}\text{sech}^2(\frac{\mu h}{k_B T})$, o que não explica a transição de fase.
- [ ] c) $C = \frac{3}{2}Nk_B$, o que não explica a transição de fase.
- [ ] d) $C = \frac{N\mu^2 h^2}{k_B T^2}\text{csch}^2(\frac{T_c}{T_c - T})$, o que explica a transição de fase.
- [ ] e) $C = \frac{N\mu^2 h^2}{k_B T^2}\text{csch}^2(\frac{T_c}{T_c - T})$, o que não explica a transição de fase.

Questão TE7A

Considere um gás ideal clássico de partículas indistinguíveis confinadas em uma caixa unidimensional de comprimento L. As partículas são ultra-relativísticas e sua energia é $E = c|p|$, onde c é a velocidade da luz e p é o momento linear da partícula, com $p \in (-\infty, \infty)$. O sistema está em equilíbrio com um reservatório térmico e de partículas com temperatura T e fugacidade $z = e^{\beta\mu}$, onde $\beta = 1/(k_B T)$, μ é o potencial químico e k_B é a constante de Boltzmann.

Se h é a constante de Planck, a função de grande partição Ξ do sistema é dada por:

- [ ] a) $\ln\Xi = \frac{z\mathrm{L}}{\beta hc}$
- [ ] b) $\ln\Xi = \frac{2z\beta\mathrm{L}}{hc}$
- [x] c) $\ln\Xi = \frac{2z\mathrm{L}}{\beta hc}$
- [ ] d) $\ln\Xi = \frac{2z\mathrm{L}}{\beta c}$
- [ ] e) $\ln\Xi = \frac{2z}{\beta hc\mathrm{L}}$

Questão TE8A

Uma bateria é composta por N células individuais. Por ser uma bateria velha, nem todas as células estão em boas condições. Para cada célula, há uma probabilidade p de que sua força eletromotriz (fem) tenha o valor v e probabilidade $1-p$ de que tenha o valor 0, situação em que a célula está em curto. A fem da bateria é

$$V = \varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_N$$

onde ε_i é a fem da i-ésima célula. Quando a bateria é conectada a um resistor de resistência R, a potência dissipada no resistor é $P = V^2/R$.

Supondo que as células sejam estatisticamente independentes, a potência média dissipada no resistor é:

- [ ] a) 0
- [ ] b) $N(N-1)p^2\frac{v^2}{R}$
- [ ] c) $Np\frac{v^2}{R}e^{-v/R}$
- [ ] d) $Np^2\frac{v^2}{R}$
- [x] e) $\left[Np + N(N-1)p^2\right]\frac{v^2}{R}$

Questão FM1A

Qual é o máximo comprimento de onda de um fóton capaz de quebrar uma ligação química cuja energia é de 4 eV?

Indique a alternativa **que mais se aproxima** do resultado.

- [ ] a) 100 nm
- [ ] b) 150 nm
- [ ] c) 200 nm
- [ ] d) 250 nm
- [x] e) 300 nm

Questão FM2A

Qual é o comprimento de onda de de Broglie para um elétron com energia *cinética* de 2 keV?

Indique a alternativa **que mais se aproxima** do resultado.

- [ ] a) 3×10^{-12} m.
- [x] b) 3×10^{-11} m.
- [ ] c) 3×10^{-10} m.
- [ ] d) 3×10^{-9} m.
- [ ] e) 3×10^{-8} m.

Questão FM3A

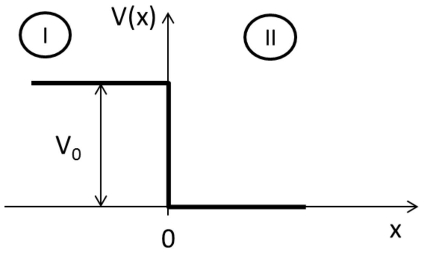
Qual é a ordem de grandeza da mínima energia cinética de um elétron confinado a mover-se em uma região unidimensional com comprimento de 1 Å (da ordem do raio atômico)?

Indique a alternativa que **mais se aproxima** do resultado.

- [ ] a) 10^{-21} J
- [x] b) 10^{-18} J
- [ ] c) 10^{-15} J
- [ ] d) 10^{-12} J
- [ ] e) 10^{-9} J

Questão FM4A

Considere o potencial degrau de altura V_0 mostrado na figura. Uma partícula com energia total $E = 2V_0$ e momento linear $\hbar k$ move-se da região I para a região II incidindo na interface ($x = 0$) a partir da esquerda ($x < 0$).



Na interface entre as regiões I e II ($x = 0$), o coeficiente de reflexão R é:

- [x] a) $(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}})^2$
- [ ] b) $(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}})^2$
- [ ] c) 0.
- [ ] d) $(\frac{1-\sqrt{2}}{2})^2$
- [ ] e) $\frac{4\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

Questão FM5A

Há um plano para enviar uma frota de espaçonaves robóticas do tamanho de smartphones até Alpha Centauri. As espaçonaves seriam dotadas de "velas solares" que refletiriam a luz de lasers disparados da Terra, impulsionando-as rapidamente até uma fração considerável da velocidade da luz. Para efeito deste problema, suponha que essa fração fosse de 3/5.

Se a massa de uma espaçonave for de 200 gramas, quanta energia terá que ser fornecida para que ela atinja a velocidade desejada?

- [ ] a) $4,5 \times 10^{11}$ J
- [ ] b) $4,5 \times 10^{13}$ J
- [x] c) $4,5 \times 10^{15}$ J
- [ ] d) $4,5 \times 10^{17}$ J
- [ ] e) $4,5 \times 10^{19}$ J

Questão FM6A

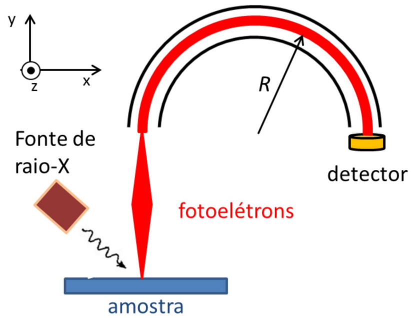
Em determinada configuração, a distância entre os planetas Júpiter e Terra é de 600 milhões de quilômetros medida por um observador em repouso na Terra. Suponha uma situação em que uma partícula é expelida de Júpiter e viaja na direção da Terra com velocidade constante de 0,80 *c* em relação à Terra, onde *c* é a velocidade da luz no vácuo.

Em relação aos diferentes referenciais e do ponto de vista da teoria da relatividade restrita, o tempo medido para cruzar esta distância seria de aproximadamente:

- [x] a) $2,5 \times 10^3$ s para um observador na Terra e $1,5 \times 10^3$ s para um observador na partícula.
- [ ] b) $1,5 \times 10^3$ s para um observador na Terra e $2,5 \times 10^3$ s para um observador na partícula.
- [ ] c) $2,5$ s para um observador na Terra e $1,5$ s para um observador na partícula.
- [ ] d) $2,5 \times 10^4$ s para um observador na Terra e $1,5 \times 10^4$ s para um observador na partícula.
- [ ] e) $2,0 \times 10^3$ s para um observador na Terra e $5,0$ s para um observador na partícula.

Questão FM7A

Uma técnica de análise de superfícies muito utilizada atualmente é a espectroscopia de fotoelétrons excitados por raios-X, conhecida como XPS (*X-ray photoelectron spectroscopy*). Seus fundamentos baseiam-se no efeito fotoelétrico, em que a absorção de um fóton de energia hf retira um elétron de níveis mais internos do material, desde que a energia do fóton seja maior do que a energia de ligação E_B deste elétron. Nesse caso, o elétron é ejetado com velocidade de módulo $v \ll c$ (não relativístico) e adquire energia cinética E_c. Uma maneira de se medir a energia deste fotoelétron é utilizar um aparato como esquematizado na figura. Os fotoelétrons entram por um analisador semiesférico de raio R, que utiliza um campo magnético externo de módulo B para guiar suas trajetórias e assim atingirem o detector de elétrons.

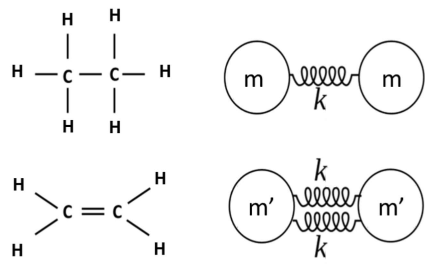


Se a massa do elétron é m_0 e sua carga tem **módulo** e, o vetor campo magnético $\vec{B}$ é

- [ ] a) $+\frac{1}{eR}\sqrt{2m_0(hf - E_B)}\hat{z}$.
- [x] b) $-\frac{1}{eR}\sqrt{2m_0(hf - E_B)}\hat{z}$.
- [ ] c) $+\frac{1}{eR}\sqrt{m_0(hf - E_B)}\hat{z}$.
- [ ] d) $-\frac{R}{e}\sqrt{2m_0(hf - E_B)}\hat{z}$.
- [ ] e) $-\frac{1}{eR}\sqrt{m_0(hf - E_B)}\hat{z}$.

Questão FM8A

Os hidrocarbonetos são compostos formados de carbono e hidrogênio nos quais os carbonos podem apresentar ligações simples e duplas entre si como indicado na figura abaixo. Considere um modelo em que cada ligação carbono-carbono tenha seus estados vibracionais associados a uma constante de força restauradora k e que a massa do carbono é $12m_H$, onde m_H é a massa de um átomo de hidrogênio.

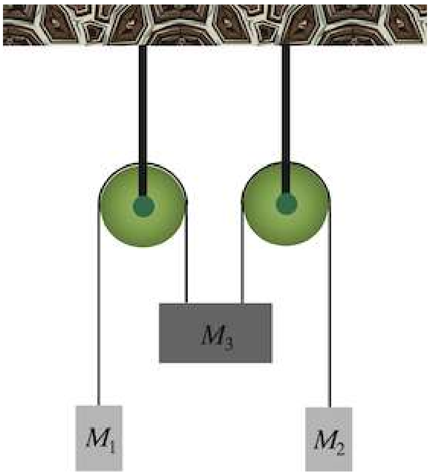


Considere as diferenças de energia vibracional ΔE entre o primeiro estado excitado e o estado fundamental. A razão entre as diferenças ΔE(dupla)/ ΔE(simples) é:

- [ ] a) $\sqrt{2}$
- [ ] b) $\sqrt{\frac{15}{28}}$
- [ ] c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- [x] d) $\sqrt{\frac{15}{7}}$
- [ ] e) $\sqrt{\frac{7}{15}}$

Questão MC1A

Um sistema de polias e três massas está disposto conforme a figura abaixo. Considere que $M_1 = M_2 = M_3 =$ 1,0 kg e a aceleração da gravidade é $g = 10$ m/s^2.

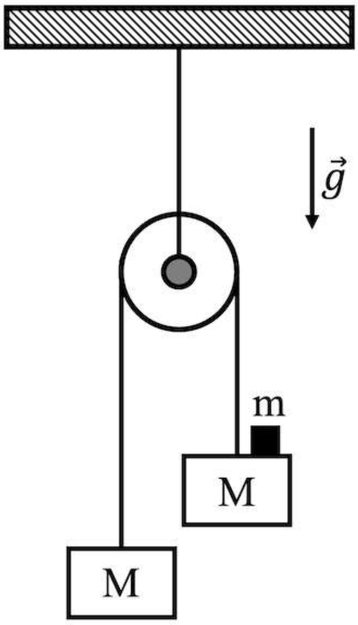


Determine o módulo da aceleração da massa M_3, considerando que os fios são inextensíveis, que as polias e os fios não têm massa e que não há perdas dissipativas no mecanismo.

- [x] a) 3,3 m/s^2
- [ ] b) 10 m/s^2
- [ ] c) 0,0 m/s^2
- [ ] d) 6,7 m/s^2
- [ ] e) 2,5 m/s^2

Questão MC2A

Dois blocos de massa M estão unidos por um fio inextensível de massa desprezível que passa por uma polia, também de massa desprezível, com um eixo fixo. Há atrito entre a polia e o fio de forma que a polia rode sem que o fio deslize por ela, mas não há atrito entre a polia e o seu eixo. Inicialmente o sistema estava em repouso. Um terceiro bloco de massa m é então colocado suavemente sobre um dos blocos, como mostra a figura.

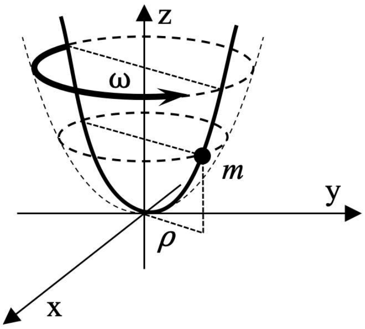


O módulo da força exercida pelo pequeno bloco de massa m no bloco sobre o qual foi colocado é:

- [ ] a) $(M+m)g$
- [ ] b) mg
- [x] c) $mg\left(\frac{2M}{2M+m}\right)$
- [ ] d) $(2M+m)g$
- [ ] e) $mg\left(\frac{M}{M+m}\right)$

Questão MC3A

Um corpo de massa m está preso a um arame de aço de formato parabólico que gira em torno do eixo z com frequência angular constante ω conforme indicado na figura. O corpo pode deslizar sem atrito ao longo do arame. Sabe-se também que a parábola descrita pelo arame segue a equação $z = k\rho^2$, onde $k > 0$ é uma constante.

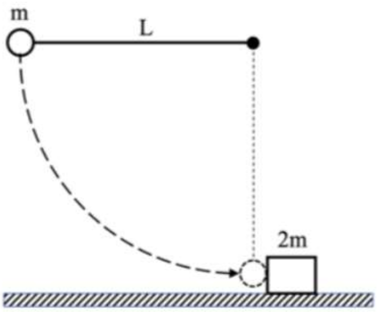


A lagrangiana para o corpo pode ser escrita como:

- [x] a) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\omega^2 + 4k^2\rho^2\dot{\rho}^2\right) - mgk\rho^2$
- [ ] b) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\omega^2 + 4k^2\rho^2\dot{\rho}^2\right) + mgk\rho^2$
- [ ] c) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\omega^2\right) - mgk\rho^2$
- [ ] d) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\omega^2 + k^2\rho^2\dot{\rho}^2\right) - mgk\rho^2$
- [ ] e) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\omega^2 + k^2\rho^2\dot{\rho}^2\right) + mgk\rho^2$

Questão MC4A

Uma bola de aço de massa m presa a uma corda inextensível, de massa desprezível e comprimento L, é largada quando a corda está na horizontal, como na figura abaixo. Na parte mais baixa da trajetória, a bola atinge um bloco de massa $2m$, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, sendo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é μ_c.



Supondo que a colisão da bola de aço e do bloco é elástica, qual é a distância percorrida pelo bloco após a colisão em termos da massa m, do comprimento L, da aceleração da gravidade g e do coeficiente de atrito cinético μ_c? Suponha também que haja apenas uma colisão entre a bola de aço e o bloco.

- [x] a) $\frac{4L}{9\mu_c}$
- [ ] b) $\frac{2L}{3\mu_c}$
- [ ] c) $\frac{4L}{9}$
- [ ] d) $\frac{L}{9\mu_c}$
- [ ] e) $\frac{L}{\mu_c}$

Questão MC5A

Uma partícula de massa m se movimenta em uma dimensão sob a ação de uma força cuja energia potencial associada é dada por

$$U(x) = U_0\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right),$$

onde U_0 e a são constantes positivas.

O ponto de equilíbrio estável x_0 do potencial $U(x)$ e a correspondente frequência angular ω de pequenas oscilações da partícula em torno desse ponto de equilíbrio são dados por:

- [x] a) $x_0 = +a$ e $\omega = \sqrt{2U_0/(ma^2)}$
- [ ] b) $x_0 = +a$ e $\omega = \sqrt{U_0/(2ma^2)}$
- [ ] c) $x_0 = 2a$ e $\omega = \sqrt{U_0/(4ma^2)}$
- [ ] d) $x_0 = -a$ e $\omega = \sqrt{U_0/(2ma^2)}$
- [ ] e) $x_0 = -a$ e $\omega = \sqrt{2U_0/(ma^2)}$

Questão MC6A

Uma partícula de massa m se movimenta em três dimensões sob a ação de uma força $\mathbf{F}(r)$, cuja energia potencial associada é dada por

$$U(r) = -\frac{1}{4}\frac{k}{r^4},$$

onde k é uma constante positiva e r é a distância à origem do sistema de coordenadas.

Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. $\nabla \times \mathbf{F} = 0$ e $\mathbf{F}(r) = -(k/r^3)\hat{\mathbf{r}}$.

II. Para uma órbita circular de raio R, a frequência angular do movimento da partícula é $\omega_c = \sqrt{2k/(mR^6)}$.

III. A energia total da partícula e o momento angular $\mathbf{L}$ da partícula são constantes do movimento.

- [x] a) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] d) Apenas as afirmações I e III estão corretas.
- [ ] e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Questão MC7A

Uma partícula de massa m se movimenta em uma dimensão sob a ação das forças

$$F_1 = -kx \qquad \text{e} \qquad F_2 = -2mbv,$$

onde k e b são constantes positivas e x e v são a posição e a velocidade da partícula, respectivamente. Considere que no instante inicial a partícula está em repouso na posição $x_0 > 0$ e que a função $x(t)$ descreve a posição da partícula em função do tempo.

Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Para $b = \sqrt{k/(2m)}$, o movimento da partícula está restrito à região $0 \leq x(t) \leq x_0$.

II. Para $b = 0$, a energia mecânica total da partícula é uma constante do movimento.

III. Para $b = \sqrt{2k/m}$, o movimento da partícula está restrito à região $0 \leq x(t) \leq x_0$.

- [x] a) Apenas as afirmações II e III estão corretas.
- [ ] b) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] d) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] e) Apenas as afirmações I e II estão corretas.

Questão MC8A

Uma partícula de massa m está restrita a se movimentar no interior da superfície de um cone vertical cuja equação em termos das coordenadas cilíndricas ρ, φ e z é dada por $z = \rho$. A partícula está sob a ação de um conjunto de potenciais, de modo que sua lagrangiana assume a forma

$$L = \frac{1}{2}m\left(2\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2\right) - a\rho - b\cos\varphi,$$

onde a e b são constantes.

As equações de movimento da partícula são dadas por:

- [x] a) $m\rho\dot{\varphi}^2 - a - 2m\ddot{\rho} = 0 \quad \text{e} \quad b\,\text{sen}\varphi - 2m\rho\dot{\rho}\dot{\varphi} - m\rho^2\ddot{\varphi} = 0$
- [ ] b) $m\rho\dot{\varphi}^2 - a + 2m\ddot{\rho} = 0 \quad \text{e} \quad b\,\text{sen}\varphi - 2m\rho\dot{\rho}\dot{\varphi} - m\rho^2\ddot{\varphi} = 0$
- [ ] c) $m\rho\dot{\varphi}^2 - a - 2m\ddot{\rho} = 0 \quad \text{e} \quad b\,\text{sen}\varphi - 2m\rho\dot{\rho}\dot{\varphi} + m\rho^2\ddot{\varphi} = 0$
- [ ] d) $m\rho\dot{\varphi}^2 - a + 2m\ddot{\rho} = 0 \quad \text{e} \quad b\,\text{sen}\varphi - m\rho^2\ddot{\varphi} = 0$
- [ ] e) $m\rho\dot{\varphi}^2 - a - 2m\ddot{\rho} = 0 \quad \text{e} \quad b\,\text{sen}\varphi - m\rho^2\ddot{\varphi} = 0$

Questão MQ1A

Considere dois sistemas físicos, A e B, cujos operadores hamiltonianos sejam dados por

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 \ \text{ e } \ \hat{H}_B = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 - m\omega^2 x_0 \hat{x},$$

onde m, ω e x_0 são constantes reais e positivas, e $\hat{x}$ e $\hat{p}$ representam os operadores canônicos de posição e momentum linear.

Analise as seguintes afirmações sobre esses dois sistemas e assinale abaixo a alternativa correta.

I. O espectro de energia do sistema A é apenas discreto e tem níveis de energia igualmente separados por $\hbar\omega$, enquanto que o sistema B pode apresentar autovalores de energia discretos e contínuos, dependendo do valor de $m\omega^2 x_0$.

II. Os valores esperados $\langle\hat{x}\rangle$ e $\langle\hat{p}\rangle$ são nulos no primeiro estado excitado do sistema A, enquanto que $\langle\hat{x}\rangle = x_0$ e $\langle\hat{p}\rangle = 0$ no primeiro estado excitado do sistema B.

III. As autofunções $\psi_n^A(x)$ (sistema A) e $\psi_n^B(x)$ (sistema B) têm paridade dadas por

$$\psi_n^A(x) = (-1)^n \psi_n^A(-x) \ \text{ e } \ \psi_n^B(x - x_0) = (-1)^n \psi_n^B(-x + x_0),$$

sendo n o número quântico que identifica o autoestado.

- ☐ a) Apenas a afirmação I está correta.
- ☐ b) Apenas a afirmação II está correta.
- ☐ c) Apenas a afirmação III está correta.
- ☐ d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- ☑ e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Questão MQ2A

Suponha que o hamiltoniano $\hat{H}$ e um observável $\hat{O}$ de um sistema físico tenham as seguintes representações matriciais na mesma base:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta & 0 \\ \Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix} \text{ e } \hat{O} = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

As constantes Δ e λ são reais e positivas.

Analise as seguintes afirmações sobre esse sistema e identifique abaixo a alternativa correta.

I. O valor esperado do hamiltoniano, $\langle \hat{H} \rangle$, é zero para o autoestado de $\hat{O}$ cujo autovalor é zero.

II. Supondo que o estado do sistema no instante $t = 0$ seja o autoestado de $\hat{O}$ com menor autovalor, é nula a probabilidade de se obter esse menor autovalor em uma medida da quantidade física associada a $\hat{O}$ realizada em $t = \pi\hbar/(2\Delta)$.

III. O hamiltoniano e o observável $\hat{O}$ são compatíveis entre si.

- [ ] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [x] d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- [ ] e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Questão MQ3A

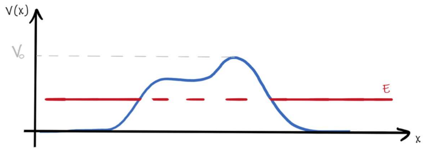
Pósitrons criados em processos de produção de pares perdem energia ao atravessar a matéria, e podem se combinar com elétrons, formando um sistema ligado chamado positrônio. O "átomo" de positrônio, formado pelo par elétron-pósitron, tem um tempo de vida bastante curto antes do par se aniquilar e produzir radiação gama.

Qual é a energia do estado fundamental do positrônio?

- [ ] a) -1,7 eV
- [ ] b) -27,2 eV
- [ ] c) -13,6 eV
- [x] d) -6,8 eV
- [ ] e) -3,4 eV

Questão MQ4A

Considere uma partícula de massa m, em movimento confinado a uma dimensão, que incide com energia total E sobre uma barreira de potencial genérica, ilustrada na figura abaixo.



Analise as seguintes afirmações sobre esse sistema e identifique abaixo a alternativa correta.

I. A função de onda $\psi(x)$ da partícula e a sua derivada espacial de primeira ordem $d\psi/dx$ são contínuas em todos os pontos para um potencial suave como o ilustrado na figura. Contudo, se a barreira apresentar descontinuidades, tanto $\psi(x)$ quanto $d\psi/dx$ serão descontínuas nos pontos de descontinuidade do potencial.

II. Se a energia E da partícula for maior do que a altura máxima da barreira ($E > V_0$), a partícula certamente atravessará a barreira, sem a possibilidade de ser refletida.

III. Se a energia da partícula for menor do que a altura máxima da barreira ($E < V_0$), o fenômeno de tunelamento quântico sempre pode acontecer e a sua probabilidade de ocorrer depende **unicamente** da diferença do valor da altura máxima da barreira e a energia da partícula ($V_0 - E$), independente da forma do potencial $V(x)$.

- [ ] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] d) Todas as afirmações estão corretas.
- [x] e) Nenhuma das afirmações está correta.

Questão MQ5A

Em um espaço de Hilbert bidimensional com base ortonormal $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, o estado de uma partícula é a superposição $|\psi\rangle = (|A\rangle + |B\rangle)/\sqrt{2}$ dos estados

$$|A\rangle = \frac{2}{\sqrt{5}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}|1\rangle, \quad |B\rangle = \frac{i}{\sqrt{5}}|0\rangle + \frac{2}{\sqrt{5}}|1\rangle,$$

onde $i = \sqrt{-1}$.

Seja agora uma outra base no mesmo espaço bidimensional: $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ e $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$. Qual é a probabilidade de se encontrar a partícula no estado $|-\rangle$?

- [x] a) 0 %
- [ ] b) 20 %
- [ ] c) 50 %
- [ ] d) 80 %
- [ ] e) 100 %

Questão MQ6A

Suponha que a função de onda de uma partícula de massa m na presença de um potencial dependente da posição $V(x)$ seja dada por

$$\psi(x,t) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{1}{1+\frac{i\hbar t}{2m\sigma^2}}}\, e^{-i\frac{t}{\hbar}\left(-Fx+\frac{F^2t^2}{6m}\right)} \exp\left(-\frac{(x-\frac{Ft^2}{2m})^2}{4\left(\sigma^2+\frac{i\hbar t}{2m}\right)}\right),$$

onde σ e F são constantes físicas reais, e $i = \sqrt{-1}$.

Analise as seguintes afirmações sobre esse sistema e identifique abaixo a alternativa correta.

I. O valor da energia da partícula em função da posição e do tempo é dado por $E = -Fx + \frac{F^2t^2}{6m}$.

II. O valor esperado do momentum linear da partícula no instante $t = 0$ é zero.

III. A probabilidade de se encontrar a partícula no intervalo entre x e $x + dx$ é dada por

$\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/2}\left(1+\left(\frac{\hbar t}{2m\sigma^2}\right)^2\right)^{-1}$.

- [ ] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [x] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- [ ] e) Apenas as afirmações I e III estão corretas.

Questão MQ7A

Considere uma partícula quântica de massa m e sem spin sujeita a um potencial harmônico tridimensional anisotrópico, cujo hamiltoniano é dado por

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_{xy}^2(\hat{x}^2 + \hat{y}^2) + \frac{1}{2}m\omega_z^2\hat{z}^2$$

Analise as seguintes afirmações sobre esse sistema e identifique abaixo a alternativa correta.

I. O hamiltoniano do sistema comuta com os operadores $\hat{\mathbf{L}}^2$ e $\hat{L}_z$, sendo $\hat{\mathbf{L}}$ e $\hat{L}_z$, respectivamente, o operador momentum angular total e a sua componente ao longo da direção z.

II. Como o potencial ao qual a partícula está sujeita não é um potencial coulombiano, as relações de comutação $[\hat{\mathbf{L}}^2, \hat{L}_k] = 0$, para $k = x, y$ e z, não são satisfeitas.

III. Dado que o potencial ao qual a partícula está sujeita tem simetria de rotação em torno do eixo z, os autovalores de $\hat{L}_z$ são contínuos, sendo zero o seu menor valor possível.

- [ ] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] d) Todas as afirmações estão corretas.
- [x] e) Nenhuma das afirmações está correta.

Questão MQ8A

O estado de polarização de uma onda eletromagnética clássica no vácuo pode ser descrito em termos das polarizações horizontal e vertical da onda, definidas no plano perpendicular à sua direção de propagação. De maneira análoga, o estado de polarização de um fóton também pode ser descrito como uma superposição quântica dos estados $\{|H\rangle, |V\rangle\}$, correspondentes às polarizações horizontal e vertical, respectivamente. Esses estados formam uma base ortonormal do espaço de Hilbert bidimensional das polarizações.

Um laser produz fótons com polarização vertical, enviados um a um a um aparato onde um espelho semitransparente (com coeficiente de reflexão $R = 1/2$) permite que a luz possa seguir por dois caminhos alternativos. Em certos pontos desses caminhos são colocados polarizadores ópticos. Polarizadores ópticos são instrumentos caracterizados por um **eixo de polarização**. O eixo define uma direção no plano perpendicular à direção de propagação da luz que atravessa o polarizador. Ao passar por um desses instrumentos, o estado quântico do fóton é projetado na direção do eixo de polarização daquele polarizador.

O caminho A tem um polarizador cujo eixo de polarização faz um ângulo de 45 graus ($\pi/4$ radianos) com a direção vertical. O caminho B tem dois polarizadores consecutivos. O primeiro é idêntico ao do caminho A. O segundo tem o eixo de polarização alinhado na direção horizontal.

Detetores ultrassensíveis, capazes de contar todos os fótons que chegam até eles, são colocados no final de cada um dos caminhos ópticos A e B descritos acima. Após enviar 1000 fótons através do aparato, qual será aproximadamente a contagem nos detetores A e B, respectivamente?

- [ ] a) 500; 0
- [ ] b) 500; 500
- [x] c) 250; 125
- [ ] d) 750; 250
- [ ] e) 250; 750

Questão TE1A

Considere as afirmativas abaixo:

i. O número de moléculas de água no corpo de um ser humano médio é da ordem de 10^{27}.

ii. Sejam p, V e T a pressão, o volume e a temperatura em que n moles de um gás ideal se encontram. Considerando que as seguintes três leis empíricas são válidas: (a) $p \propto 1/V$ para T e n constantes, (b) $p \propto T$ para V e n constantes, e (c) $V \propto T$ para p e n constantes, a combinação destas 3 leis empíricas resulta na equação de estado dos gases ideais.

iii. Um gás perfeito (ou "gás ideal") é qualquer gás em que a energia potencial de interação entre as moléculas que o constituem é desprezível frente à sua energia cinética e em que o volume dessas moléculas é desprezível frente ao volume total ocupado pelo gás.

As afirmativas (i) a (iii), nesta ordem, estão ("C" para "certa" e "E" para "errada"):

- [ ] a) E, C, C
- [ ] b) C, E, E
- [ ] c) E, C, E
- [x] d) C, E, C
- [ ] e) C, C, C

Questão TE2A

Um possível ciclo termodinâmico usado por uma máquina térmica, que emprega como substância de trabalho 22,4 moles de um gás ideal, pode ser descrito como:

(I) de um estado inicial (p_1, V_1) o gás é resfriado a pressão constante até (p_1, V_2);

(II) o gás é então aquecido a volume constante até (p_2, V_2);

(III) finalmente, o gás se expande adiabaticamente de volta para (p_1, V_1).

Considerando que as capacidades térmicas a pressão e volume constantes do gás, C_p e C_V, respectivamente, não variam ao longo do ciclo e sendo $\gamma = C_p / C_V$, qual é a eficiência térmica desta máquina?

- [ ] a) $1 - \gamma \frac{1 - V_2 / V_1}{p_2 / p_1 - 1}$
- [x] b) $1 - \gamma \frac{V_1 / V_2 - 1}{p_2 / p_1 - 1}$
- [ ] c) $1 - \gamma \frac{V_1 / V_2 - 1}{1 - p_1 / p_2}$
- [ ] d) $1 - \gamma \frac{V_2 / V_1 - 1}{p_1 / p_2 - 1}$
- [ ] e) $\gamma \frac{1 - V_2 / V_1}{p_2 / p_1 - 1}$

Questão TE3A

Considere as afirmativas abaixo:

i. Considerando C_V e C_p respectivamente as capacidades térmicas molares a volume e a pressão constante para um gás ideal monoatômico, então $C_p - C_V = R$, enquanto que para um líquido $C_p - C_V = 2R$ e para um sólido $C_p - C_V = 3R$.

ii. Num diagrama $P - V$, isotermas jamais se interceptam, e o mesmo vale para as adiabatas. Neste tipo de diagrama, adiabatas podem interceptar várias isotermas.

iii. A eficiência máxima possível para uma máquina térmica operando entre dois reservatórios térmicos, um à temperatura de 100 $^\circ$C e o outro à temperatura de 0 $^\circ$C, é de pouco mais de 30%.

iv. Considere uma expansão de Joule (também conhecida como "expansão livre"), que é um processo irreversível, de um mol de um gás ideal monoatômico confinado inicialmente num volume V_i e que termina o processo confinado num volume V_f. Ao final da expansão de Joule, a variação da entropia do gás terá sido $\Delta S \propto \ln(V_i + V_f)$.

As afirmativas (i) a (iv), nesta ordem, estão ("C" para "certa" e "E" para "errada"):

- [x] a) E, C, E, E
- [ ] b) E, C, E, C
- [ ] c) E, C, C, C
- [ ] d) E, E, E, C
- [ ] e) C, E, C, E

Questão TE4A

Calcule a variação de entropia do Universo, $\Delta S_{Universo}$, que ocorre ao final dos processos termodinâmicos descritos nos itens i. e ii., a seguir.

i. Um capacitor (capacitância $C = 3,73\ \mu F$) é conectado a uma bateria que fornece uma força eletromotriz de $100\ V$, carregando-se totalmente.

ii. O mesmo capacitor do item anterior, após a carga completa, é conectado em um circuito a um resistor de $10,0\ \Omega$, e então descarrega completamente.

Em ambos os casos acima, despreze os transientes que ocorrem nos momentos em que o capacitor é ligado a outros elementos elétricos, e considere que os sistemas estão em contato com um reservatório térmico a uma temperatura de 100 °C.

As respostas corretas para os itens i. e ii. acima são, respectivamente:

- [x] a) $50\ \mu J/K$ e $50\ \mu J/K$
- [ ] b) $25\ \mu J/K$ e $50\ \mu J/K$
- [ ] c) $5,0\ \mu J/K$ e $25\ \mu J/K$
- [ ] d) $50\ \mu J/K$ e $25\ \mu J/K$
- [ ] e) $25\ \mu J/K$ e $5,0\ \mu J/K$