Relatório 2 - Manobras Orbitais (AGA0521)

Kethelin Parra Ramos - 9898349

I. INTRODUÇÃO

O movimento orbital dos planetas pode ser descrito pelas leis de Kepler, que foram desenvolvidas de forma empírica. Para entendermos fisicamente a relação entre os corpos do Sistema Solar, podemos utilizar a Lei da Gravitação Universal:

$$\vec{F} = G\frac{M_1 M_2}{r^2}\hat{r}, \tag{1}$$

onde $G = 6.674 \times 10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$ é a constante da gravitação universal, M_i é a massa e r é a distância entre dois corpos.

Retomando às Leis de Kepler, a massa de um corpo pode ser calculada com a terceira lei:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)}a^3,$$

onde P é o período orbital sideral e a é o semieixo maior. No caso onde a massa do menor corpo é desprezível ($M_2 \approx 0$), podemos estimar a massa M_1 da seguinte forma:

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{GP^2}a^3. \tag{2}$$

II. DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS

Para resolver os problemas propostos desta semana foi desenvolvido um **único** programa em *Python*. Para manter a linearidade metologia-resultado, este código foi "quebrado" em algumas partes para que todos os passos das atividades fossem descritos de forma satisfatória. Em alguns passos "quebrados", algumas variáveis dos passos anteriores foram reutilizadas.

A. Atividade 2a

Nesta atividade foi solicitado um programa que calculasse o módulo da força gravitacional e que fosse testado com os exemplos 1 e 2 da aula 1. Para isto, foi escrito uma função em

Python (código abaixo) que calcula o módulo da Eq. 1.

```python
#Bibliotecas
import numpy as np

#Função recebe os dados das massas e distância entre os dois corpos
def modulo_forca(m1,m2,dist):
    G = 6.674E-11   #Constante gravitacional (m³kg-1s-2)
    F = G*(m1*m2)/dist**2
    return F        #Retorna o módulo da força gravitacional
```

1. *Exemplo 1: Sistema Sol - Terra*

Utilizando os dados fornecidos no slide da aula 1 e a função *modulo_forca()*, obtive que o módulo da força do sistema Sol-Terra é igual a $F_{(sol-terra)} = 3.530932E + 22$ N, que está de acordo com o resultado do slide.

```python
#Atividade 2a - Exemplo 1 (Aula 1 - Gravitação e Leis de Kepler)
MSol = 1.98E30   #Massa do Sol em kg
MTerra = 5.98E24 #Massa da Terra em kg
d_TS = 1.496E11  #Distancia Terra-Sol em m

F1 = modulo_forca(MSol,MTerra,d_TS)  #Modulo da força gravitacional entre a Terra-Sol
print("Resultado Exemplo 1:")
print('F(Sol-Terra)= {:e} N'.format(F1))
```

2. *Exemplo 2: Sistema Terra - Lua*

Igualmente ao caso anterior, utilizando os dados fornecidos no slide da aula 1 e a função *modulo_forca()*, obtive que o módulo da força do sistema Terra-Lua é igual a $F_{(terra-lua)} = 1.985227e + 20$ N, que está de acordo com o resultado do slide.

```python
#Atividade 2a - Exemplo 2 (Aula 1 - Gravitação e Leis de Kepler)

MLua = 7.35E22        #Massa da Lua em kg
d_TL = 384399*1000    #Distancia Terra-Lua de km em m

F2 = modulo_forca(MLua,MTerra,d_TL)  #Modulo da força gravitacional entre a Terra-Lua
print("\nResultado Exemplo 2:")
print('F(Terra-Lua)= {:e} N'.format(F2))
```

B. Extra: Outros Exemplos da Aula

Também foi testado a função *modulo_forca()* com os dados dos outros exemplos da aula 1. Os dados de entrada e os resultados estão listados na Tab. I (sem arrumar os algarismos significativos).

Tabela I: Dados fornecidos no slide e os resultados do módulo da força gravitacional de cada exemplo.

Exemplo	M_1 (kg)	M_2 (kg)	a (m)	F (N)
3	5.98×10^{24}	50.0	6.46×10^{6}	4.781810×10^{2}
4	4.50×10^{3}	3.0×10^{-6}	2.0	2.252475×10^{-13}
5	6.40×10^{15}	1500.0	2000.0	1.601760×10^{2}
6	1.8986×10^{27}	5.98×10^{24}	7.779×10^{11}	1.252199×10^{18}

C. Atividade 2b

Nesta atividade foi pedido um programa que calculasse a massa do corpo central de uma órbita e depois fosse testado com o Sol. Para isto, foi escrito uma função (código abaixo) que calcula a Eq. 2.

```python
#Bibliotecas
import numpy as np

```

```
#Função que recebe o período e semieixo maior da órbita do corpo menor
def Massa_LeiKepler(periodo,SMA):
    G = 6.674E-11   #Constante gravitacional (m³kg-1s-2)
    M=(4*(np.pi**2)*SMA**3)/(G*periodo**2)  #Massa do corpo menor desprezada
    return M        #Retorna a massa do corpo
```

1. *Massa do Sol*

Utilizando a função *Massa_LeiKepler()* e os dados do sistema Sol-Terra, já que é conhecido o período orbital (365 dias) e a distância (igual ao exemplo 1/atividade 2a), obtive que a massa do Sol é $M_{\odot} = 1.990879e + 30$ kg ou $M_{\odot} = 1.990879e + 33$ g, que está de acordo com o resultado fornecido no slide 37.

```
#Atividade 2b - Exemplo Sol/Terra
Periodo = 3.154e+7  #Periodo da orbita da terra (1 ano em segundos)
a = d_TS            #Semi eixo maior do sistema Sol-Terra (m)
M = Massa_LeiKepler(Periodo,a)
m = M*1000          #Valor em gramas (igual ao exemplo)
print("\nResultado Exemplo Sol-Terra:")
print('MSol= {:e} kg'.format(M))
print('MSol= {:e} g'.format(m))
```

2. *Sistema Endor-Forest Moon*

Utilizando os dados fornecidos no enunciado e a função *Massa_LeiKepler()*, obtive que a massa do planeta Endor é $M_E = 1.028371e + 27$ kg ou $M_E = 1.028371e + 30$ g.

```
#Atividade 2b - Exemplo Endor-Forest Moon
Periodo = 8*86400         #Período da orbita da terra (8 dias em segundos)
a = 940000*1000           #Semi eixo maior do sistema (km para m)
M_Endor = Massa_LeiKepler(Periodo,a)
m_Endor = M_Endor*1000    #Valor em gramas (igual ao exemplo)
print("\nResultado Exemplo Endor-Forest Moon:")
```

```
print('MEndor= {:e} kg'.format(M_Endor))
print('MEndor= {:e} g'.format(m_Endor))
```

III. CONCLUSÃO

O funcionamento do código desenvolvido nesta atividade foi verificado e seus resultados finais foram todos compatíveis com os exemplos vistos em aula.