AGG0330 Processamento de Sinais Digitais **PROVA 2: 29/06/2011**

Nome: Adriano [illegible]

1) Filtragem antes da Amostragem?

Considere que um sinal contínuo é registrado por um equipamento. Esse equipamento faz a conversão do sinal contínuo para digital. Existe algum filtro analógico (um circuito eletrônico que faz parte do equipamento) que seja necessário para a aquisição dos dados (ou seja, se existe algum filtro que deve ser aplicado antes da conversão do sinal para digital)? Se a resposta for sim, explique qual o filtro e por que deve ser utilizado.

2) Espectro do sinal amostrado (ou discretizado)

Considere matematicamente o processo de amostragem de um sinal. Assumindo que não ocorre falseamento de frequência no sinal:

2.1) Como as amplitudes do sinal original que não foram registradas podem ser recuperadas (interpoladas) a partir da teoria de amostragem?

2.2) O que muda no espectro de amplitudfe de um sinal que foi interpolado, em relação ao espectro do sinal original?

3) Filtro Corta-alta (ou passa-baixa)

Determine a resposta impulsiva do sistema que corresponde ao processo de filtragem de frequência corta-alta, com freqüência de corte igual a 300Hz, com uma rampa linear de largura igual a 100 Hz.

4) Classifique as *wavelets* abaixo com respeito a distribuição de energia (*classificação do conceito de fase*)

a) $w[t] = (-2,1)*(1,0.5)*(1,-0.5)$
b) $w[t] = (1,2)*(0.5,1)*(-0.5,1)$
c) $w[t] = (1,-2)*(1,0.5)*(-0.5,1)$

5) Convolução

5.1) Efetue a convolução ($y_t = h_t * x_t$) pelo método do **rebatimento** para os sinais:

$h_t=(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$ $\quad x_t=(x_0, x_1, x_2)$

5.2) É possível efetuar a convolução discreta de dois sinais que não tenham intervalo de discretazição iguais?

No domínio da frequência temos que o filtro F(f) fica:

$$F(f) = \frac{1}{100} box_{100}(f) * box_{600}(f)$$

fazendo a transformada inversa (e utilizando o teorema da convolução):

$$f(t) = \frac{1}{100} \cdot 100\,sinc(100\pi t) \cdot 600\,sinc(600\pi t) =$$

$$f(t) = 600\,sinc(100\pi t)\,sinc(600\pi t)$$

Como a resposta do sistema é dada por

$$h(t) = f(t) * u(t)$$

Onde h(t) é o sinal de saída e u(t) o de entrada.

A resposta Impulssiva será quando $u(t) = \delta(t)$ e neste caso $h(t) = f(t)$.

1) a) Como nos 3 dipolos $|a_0|, |a_1|$, a energia encontra-se no começo do sinal, são 3 wavelets de fase mínima e portanto W[t] é de fase mínima.

W[t] = at * bt * ct , $a_t = (a_0, a_1) \rightarrow \begin{cases} se\ |a_0| < |a_1| \rightarrow \text{fase máxima} \\ se\ |a_0| > |a_1| \rightarrow \text{fase mínima} \end{cases}$

b) Os 3 dipolos tem sua energia concentrada no final da wavelet e portanto são de fase máxima e consequentemente, W[t] também será.

c) $W[t] = a_t * b_t * c_t$, a_t e c_t são de fase máxima e bt de fase mínima, portanto W[t] terá fase mista (Energia máxima próxima ao centro do sinal))

$(1,-2)\ (1,\frac{1}{2})\ (\frac{1}{2},1)$

Nome Adriano Seikiti Campanhã   Nº USP 5964323

① Sim, quando o sinal for digitalizado ele terá um intervalo de amostragem dt que nos dará uma $f_N = \frac{1}{2dt}$.
Frequências maiores ou iguais que a frequência de Nyquist causariam falseamento do espectro de amplitude, portanto um passa-alta deve ser aplicado para que eliminemos as frequên. $f \geq f_N$ do sinal antes dele ser digitalizado

②

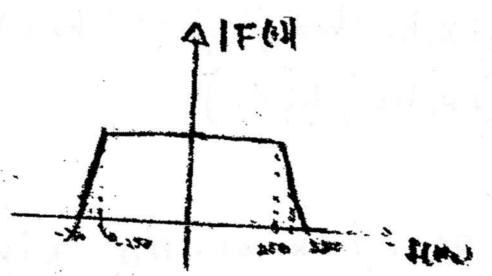
2.1) Como não há falseamento, basta convolver o sinal com uma função sinc definida corretamente. A caixa associada deve ter altura 1 e largura $2f_N = \frac{1}{dt}$, como (Tabela de Fourier)

$$A\,box_a(f) \leftrightarrow Aa\,sinc(\pi a t)$$

A sinc utilizada será $box_{2f_N}(f) \leftrightarrow \frac{1}{dt}\,sinc\left(\pi \frac{t}{dt}\right)$

2.2) Supondo que o intervalo de amostragem da sinc é menor que o da função amostrada, a frequência de Nyquist aumentaria mas o espectro ficaria igual e melhor calculado, por ter mais pontos no centro

③



O trapézio pode ser construído utilizando-se a convolução de duas funções caixas, uma menor de área 1 e base L = 100 (largura da rampa) e h = 1/L.
A caixa maior tem largura igual a base menor do trapézio mais L, que nos dá a largura da base maior, 600 Hz e também tem h = 1, portanto.

Nome: Adriano Seiki Campanholo   N° USP [illegible]

5) 5.1) $(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_0 h_{-2}$

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_1 h_{-2} + x_0 h_{-1}$

termo ① ② ③ ④

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_2 h_{-2} + x_1 h_{-1} + h_0 x_0$

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_2 h_{-1} + x_1 h_0 + x_0 h_1$

⑤ ⑥

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_2 h_0 + h_1 x_1 + x_0 h_2$

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $x_2 h_1 + x_1 h_2$

⑦

$(h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2)$

(x_2, x_1, x_0) — $h_2 x_2$

Portanto $y_t = h_t * x_t$:

$y_t = (y_{-4}, y_{-3}, y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2) \times (y_{-2}\ y_{-1}\ y_0\ y_1\ y_2\ y_3\ y_4)$

$y_t = (x_0 h_{-2},\ x_1 h_{-2} + x_0 h_{-1},\ x_2 h_{-2} + x_1 h_{-1} + h_0 x_0,\ x_2 h_{-1} + x_1 h_0 + x_0 h_1,$
$x_2 h_0 + x_1 h_2 + x_0 h_2,\ x_2 h_1 + x_1 h_2,\ h_2 x_2)$

5.2) Sim, basta tomar os termos do sinal com intervalo de amostragem maior com 0 nos pontos entre os dados* → veve, por ex.: