

1. Conversão do vento

- 0,5 { a. (0,25) Encontre a magnitude, direção e sentido do vento, dada as componentes u e v :
(6, -6) m/s. Desenhe o vetor vento.
b. (0,25) Encontre as componentes u e v do vento, dadas a magnitude e direção do vento:
30°, 8 m/s. Desenhe o vetor vento.

2. (1,0) Interpretar cada termo da divergência e vorticidade em coordenadas naturais, dados:

Componentes do vento	Divergência	Vorticidade
$u = V \cos \theta_n$ $v = V \sin \theta_n$	$\delta = \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial \theta_n}{\partial n}$	$\zeta = V \frac{\partial \theta_n}{\partial s} - \frac{\partial V}{\partial n} > 0$

3. (1,0) Desenhar o vento puramente divergente e puramente rotacional no ponto P a partir do Teorema de Helmholtz (na próxima página).
4. (1,0) Calcule a tensão de cisalhamento para o escoamento de Poiseuille-plano e esboce os perfis de velocidade e da tensão viscosa em relação à altura z .

$$u(z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z(z - H)$$

onde H é a espessura do fluido, U é a velocidade na altura H , $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ é o gradiente de pressão.

5. Dado o seguinte campo de vento,

$$\vec{V} = (3x + 2yz + u_0)\vec{i} + (4xy + 3t + v_0)\vec{j} + 0\vec{k}$$

Onde u_0 e v_0 são constantes. Responda:

- 2,75 { a) (0,25) Trata-se de uma descrição Lagrangeana ou Euleriana? Por quê?
b) (0,5) Qual é a aceleração local?
c) (0,5) Qual é a aceleração advectiva?
d) (0,5) Calcule o gradiente da componente meridional do vento
e) (0,5) Calcule a divergência do campo de vento
f) (0,5) Calcule o rotacional do campo de vento

6. (3,0) Interpretação cada termo da equação abaixo e faça a decomposição de sua componente $\vec{k}$:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{g} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{V}$$

7. (1,0) Deduza a equação da continuidade (escolher conceito lagrangeano ou euleriano):

$$\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

NUSP: 10352666

Prova 1 – 07/05/2019

			Vento	Divergência	Vorticidade
Potencial de Velocidade	χ	"vento puramente divergente"	$V = \nabla \chi$	$\nabla \cdot V = D$	$\zeta = 0$
		Vento Irrotacional		$\nabla^2 \chi = D$	
Função de Corrente	ψ	"vento puramente rotacional"	$V = k \times \nabla \psi$	$\nabla \cdot V = 0$	$k \cdot \nabla \times V = \zeta$
		vento não divergente			$\nabla^2 \psi = \zeta$
		Vento rotacional			

(0,8) Desenhar o vento puramente divergente e puramente rotacional no ponto P

Variável: Potencial de velocidade 200 hPa
 Análise inicializada em: 06/05/2019 00 UTC (Segunda-feira)
 Válida para: 07/05/2019 00 UTC (Terça-feira)

(0,1) Este vetor vento desenhado é:
☒ puramente divergente
☐ puramente rotacional

Variável: Função de corrente em 200 hPa
 Análise inicializada em: 06/05/2019 00 UTC (Segunda-feira)
 Válida para: 07/05/2019 00 UTC (Terça-feira)

(0,1) Este vetor vento desenhado é:
☐ puramente divergente
☒ puramente rotacional



NOME _____

N.º USP _____

CURSO _____

DISCIPLINA _____

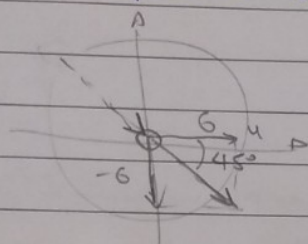
DATA 07/05/2019.

NOTA	EXAMINADORES

PL - Dinâmica I (ACA 0537)

1. Conversão do vntb

a) (0,25) Encontre a magnitude, direção e sentido do vntb, dadas as componentes u e v : $(6, -6)$ m/s.

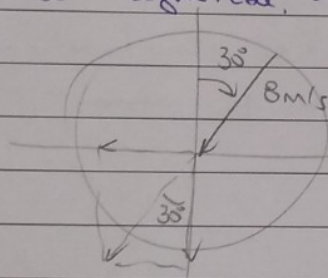


$$|\vec{v}| = 6\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\theta_{\text{net}} = 315^\circ$$

NW.

b) (0,25) Encontre as componentes u e v do vntb dada a magnitude, direção e sentido do vntb: 30° , 8 m/s



$$u = -8 \sin 30^\circ = -8 \cdot \frac{1}{2} = -4 \text{ m/s}$$

$$v = -8 \cos 30^\circ = -8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -4\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

$$(u, v) = (-4, -4\sqrt{3})$$

② Interpretar cada termo da divergência e rotacionalidade em coordenadas naturais.

$$\text{Divergência} = \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial \theta_b}{\partial n}$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} =$$

> 0 estiramento $\rightarrow \rightarrow$

< 0 contração $\leftarrow \leftarrow$

$\frac{\partial \theta_b}{\partial n} > 0 \rightarrow$ difluência $\swarrow \searrow$

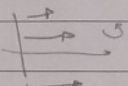
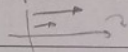
$< 0 \rightarrow$ confluência $\nearrow \nwarrow$

para que haja divergência: $\frac{\partial u}{\partial s} > 0$ e $\frac{\partial \theta_b}{\partial n} > 0$ ou

um termo é positivo e maior que o outro negativo.

Q5 vorticidade $\omega = \nabla \times \mathbf{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$

$\frac{\partial v}{\partial x} > 0 \rightarrow$ curvatura no sentido anti-horário ↺
 $\frac{\partial v}{\partial x} < 0 \rightarrow$ curvatura no sentido horário. ↻

$-\frac{\partial u}{\partial y} > 0 \rightarrow$  cisalhamento lateral negativo
 $-\frac{\partial u}{\partial y} < 0 \rightarrow$  cisalhamento lateral positivo.

A vorticidade é positiva quando a curvatura é no sentido anti-horário e o cisalhamento lateral negativo ou quando um dos termos é positivo e maior que o outro termo negativo.

③ Na folha.

(1,0) ④ Calcule as tensões de cisalhamento para o escoamento de Poiseuille-plano e esboce os perfis de velocidade e das tensões viscosas em relação à altura z .

$$u(z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z(z-H) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{H^2}{4} - \frac{H^2}{2} \right) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(-\frac{H^2}{2} \right)$$

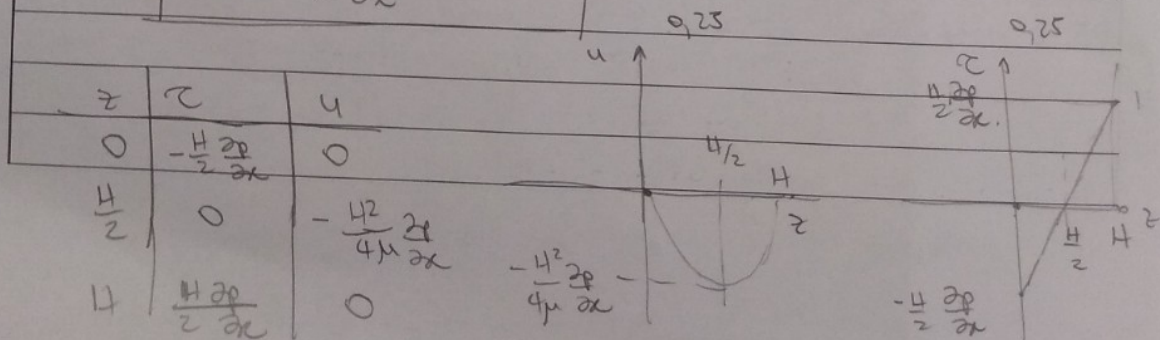
onde H é a espessura do fluido, U é a velocidade na altura

H , $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ (e constante) é o gradiente de pressão.

Q5 $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$

$$\tau = \mu \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} [z(z-H)] \right)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2z - H)$$



⑤ Dado o seguinte campo de vetores:

$$\vec{v} = (3x + 2yz + u_0)\vec{i} + (4xy + 3t + v_0)\vec{j} + 0\vec{k}$$

onde u_0 e v_0 são constantes.

$$u = 3x + 2yz + u_0$$

$$v = 4xy + 3t + v_0$$

$$w = 0$$

a) (0,25) Trata-se de uma densidade lagrangiana ou euleriana?

Por quê?

Euleriana, porque $\vec{v}$ está explicitado para todos os valores no espaço e no tempo (descreve um campo de vetores 3D, variando no tempo).

0,5 b) Qual é a aceleração local?

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial v}{\partial t} \vec{j} + \frac{\partial w}{\partial t} \vec{k} = 3\vec{j}$$

c) Qual é a aceleração advectiva?

$$-(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\vec{v} \cdot \nabla u \vec{i} - \vec{v} \cdot \nabla v \vec{j} - \vec{v} \cdot \nabla w \vec{k} =$$

$$= -\vec{i} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

$$- \vec{j} \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right]$$

$$- \vec{k} \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

$$= -\vec{i} [u \cdot 3 + v \cdot 2z] - \vec{j} [u(4y) + v(4x)]$$

$$= -\vec{i} [3(3x + 2yz + u_0) + 2z(4xy + 3t + v_0)]$$

$$- \vec{j} [4y(3x + 2yz + u_0) + 4x(4xy + 3t + v_0)]$$

é um vetor.

Ⓐ (0,5) Calcule o gradiente da componente meridional do vento.

$$v = 4xy + 3t + v_0$$

$$\vec{\nabla} v = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial v}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{\nabla} v = 4y \vec{i} + 4x \vec{j}$$

calcular.

Ⓑ (0,5) Calcule a divergência do campo do vento.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) \cdot (u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k})$$

$$= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 3 + 4x$$

vetor:

Ⓒ (0,5) Calcule o rotacional do campo de vento:

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$= \vec{i}(0) + \vec{j}(2y) + \vec{k}(4y - 2z)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = 2y \vec{j} + (4y - 2z) \vec{k}$$

Ⓓ (3,0) Interpretar de cada termo da equação abaixo e fazer a decomposição de sua componente $\vec{u}$:

→ variação local da velocidade com o tempo / aceleração local.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

↳ aceleração advectiva // advecção do campo do vento.

↳ força do gradiente de pressão.

↳ força da gravidade

↳ forças viscosas.



Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

NOME _____ N.º USP _____
CURSO _____
DISCIPLINA _____
DATA ____/____/____

NOTA	EXAMINADORES

$\vec{v}$:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})w - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} - g + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 w$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} - g + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$