

Def: Se V é esp. vetorial, se chama subespaço vetorial de V um conjunto $W \subset V$, $W \neq \emptyset$ com as operações de V e espaço vetorial

Um esp. vetorial V

tem sempre 2

subespaços:

V e $\{0\}$ e homogêneo

Subespaços vetoriais sempre passam pelo origem!!!

14.08.2018 (Aula 1)

Exo

$$(*) \begin{cases} x+3y-2z=0 \\ 3x+y+4z=0 \end{cases}$$

Conjunto de soluções:

$$(x_1, y_1, z_1) \text{ e } (x_2, y_2, z_2)$$

soluções de (*)

$(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2)$ é uma solução de (*)

$$2(x_1+x_2)+3(y_1+y_2)-2(z_1+z_2) \Rightarrow$$

$$\underbrace{2x_1+3y_1-2z_1}_{=0} + \underbrace{2x_2+3y_2-2z_2}_{=0} = 0$$

Se (x_1, y_1, z_1) é solução de (*),

$$\lambda \in \mathbb{R}, \lambda \cdot (x_1, y_1, z_1) = (\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1)$$

é solução de (*).

$$\begin{aligned} & 2(\lambda x_1) + 3(\lambda y_1) - 2(\lambda z_1) = \\ & = \lambda(2x_1 + 3y_1 - 2z_1) = \lambda \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

Modelo: V^3

Def: Um espaço vetorial V é um conjunto $V \neq \emptyset$ onde estão definidas duas operações.

SOMA:

$$V \times V \rightarrow V$$

$$(v, w) \mapsto v+w$$

MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR:

$$\mathbb{R} \times V \rightarrow V$$

$$(\lambda, v) \mapsto \lambda \cdot v$$

Propriedades: (A gente já conhece!)

Exemplos de aplicação de propriedades:

$\mathbb{R}[x] = \{\text{polinômios em } x \text{ c/ coeficientes reais}\}$

$$\bullet -2x^3 + 7x^2 - 4x + 2$$

$$\bullet 119x^{18} - 3x^{15} + 2x^3 - 2$$

$$\bullet x^3 - ex^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}x - e^{-1}$$

Soma: soma de polinômios

MULT. POR ESCALAR:

$\lambda \cdot (\text{termo aqui um polinômio}) =$

$$= \lambda n^0 + \lambda n^1 + \lambda n^2 + \dots + \lambda n^n$$

Exercícios:

V espaço vetorial

1. $v \in V$, $v' = \text{oposto de } v$

$$v' + v = 0$$

Mostre que $v' = (-1)v$:

$$\begin{aligned} (-1) \cdot v + v &= (-1)v + 1v = (-1+1) \cdot v = \\ &= 0 \cdot v = 0 \end{aligned}$$

Outro exemplo de espaço vetorial:

$$V = \mathbb{C} = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$\bullet (a+bi) + (a'+b'i) = (a+a') + (b+b')i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a+bi)(a'+b'i) = (aa' - bb') + (ab' + ba')i$$

$$\bullet \lambda(a+bi) = \lambda a + (\lambda b)i$$

Def: W espaço vetorial

$$W \subset V$$

W é um subespaço vetorial de

V se:

$$1. 0 \in W \quad W \neq \emptyset$$

$$2. v_1, v_2 \in W \Rightarrow v_1 + v_2 \in W$$

$$3. v \in W, \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda v \in W$$

Exercise:

$$V = \mathbb{R}^n$$

$$W = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\}$$

$$(x_1, \dots, x_n), (y_1, \dots, y_n) \in W$$

$$(x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n) = \underline{x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_n + y_n = 0}$$