

Exercício:

$$V = \mathbb{R}^n$$

$$X = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\}$$

$$(x_1, \dots, x_n), (y_1, \dots, y_n) \in X$$

$$(x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n) = x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_n + y_n = 0$$

Sistemas lineares

(Coisas que já estudei!)

Terminologias:

Um sistema é homogêneo se $(b_i) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{solução trivial de um sistema homogêneo}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sistema incompatível (SI): Se não

admite soluções.

Sistema compatível;

determinado (SCD): Tem uma única solução.

Indeterminado (SCI): Mais de uma solução.

Seja S um sistema de equações lineares com n incógnitas e S_1 outro sistema linear.

S e S_1 são equivalentes se S_1 pode ser obtido aplicando a S um número finito de operações elementares.

Operações elementares

(1) Trocar posição de 2 equações equivalentes

(2) Multiplicar uma das equações por uma constante $\lambda \neq 0$.

(3) Somar uma das equações do sistema um múltiplo de qualquer outra equação do sistema.

Sistemas equivalentes possuem as mesmas soluções.

Exemplo:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (-2) \\ 2x - y + z = 2 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 & (-1) \\ y - z = 2 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 \\ y - z = 2 & (1) \\ -y + z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 \\ y - z = 2 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ Operação elementar (2):

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 7 \\ x_3 - 2x_4 + x_5 = 9 \\ x_2 - x_3 + 9x_4 - x_5 = 11 \end{cases} \rightarrow \text{permutar isto duas para melhor!}$$

Discutir a resolver o sistema

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (-2) \\ 2x + y + 2z = 0 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 & (-3) \\ 3y - z = 2 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 3y - z = 2 \\ 2y - 2z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2y - 2z = -2 \\ 3y - z = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2}{3}, z = \frac{-2 + 1}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$x = 0, z = \frac{1}{3}$$