Aula Extra

25.09.2018

Lista 2:

⑦ $V \to$ espaço vetorial

$A \subset V$

a) $V = \mathbb{R}^3$ $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = y + 3z + 4\}$

b) $V = \mathbb{R}^3$ $A = \{(x,y,z) : x + y + 5z = 0 ; y = z - x\}$

$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$(x,y,z) \to (x+y+5z,\ x+y-z)$

$A = \ker(F)$

Núcleo do trans. linear é o conjunto de vetores mapeados em zero. (?)

$$\begin{cases} x + y + 5z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow -6z = 0 \Leftrightarrow \boxed{z = 0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + 5z = 0 \\ -6z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -y$$

$$\Rightarrow \boxed{y = t} \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{x = -t}$$

$V = (-1, 1, 0)$ é base deste espaço

2) $V = C^0([0,1]) = \{ f : [0,1] \to \mathbb{R}$
f contínua $\}$

$$(f+g)(t) = f(t) + g(t)$$

$$(\lambda f)(t) = \lambda f(t)$$

$A = \{$polinômios de grau $\leq 3\}$

$$\underbrace{f_0 = 1,\ f_1 = t,\ f_2 = t^2,\ f_3 = t^3}_{\dim 4}$$

$V' \in \mathbb{R}^3 \to$
$\to A = \{(x, y, z) : x, y, z \text{ P.A}\}$

$\exists\ a, r_0 \in \mathbb{R}$

$x = a$
$y = a + r_0$
$z = a + 2 r_0$

$(0, 1, 2)$, $a = 0$, $r_0 = 1$

$(1, 3, 5)$, $a = 1$, $r_0 = 2$

$\oplus$

$(1, 4, 7)$

$a = 1$
$r_0 = 3$

$(a, a + r_0, a + 2r_0)$
$+$
$(b, b + s_0, b + 2s_0)$

$(a + b, a + b + r_0 + s_0, a + b + 2r_0 + 2s_0)$

$a + b$
$r_0 + s_0$

$\lambda (a, a + r_0, a + 2r_0) = (\lambda a, \lambda a + \lambda r_0, \lambda a + 2\lambda r_0)$

<u>r_0 fixo</u>

$A = \{ (x, y, z) : x, y, z$ P.A de razão $r_0 \}$

<u>Não é esp. vetorial!</u>

pois os valores serão todos seguência de r_0, e não contém 0, a não ser que $r_0 = 0$!

$a = 1$ $(1, 1, 1)$
$r_0 = 0$

base de A

$a = 0$ $(0, 1, 2)$
$r_0 = 1$

8

$(1, -1, 4)$
$(1, 2, 2)$
$(3, -2, 1)$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -11 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -2/3 \\ 0 & 0 & 31/3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{são } L.I.$$

15

$(4,7,1) = x v_1 + y v_2 + z v_3 =$

$= (x + y + 3z, -x + 2y - 2z, 4x + 2y + z)$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 4 \\ -x + 2y - 2z = 7 \\ 4x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & 7 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 11 \\ 0 & -2 & -11 & -15 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1/3 & 11/3 \\ 0 & -2 & -11 & -15 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1/3 & 11/3 \\ 0 & 0 & 31 & 23 \end{pmatrix}$$

---

6. e) $(1,0,0) + (1,0,0) = (4,2,2)$

$(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) =$

$= (2(x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) + (z_1 + z_2),$
$x_1 + x_2 + 2(y_1 + y_2) + (z_1 + z_2),$
$x_1 + x_2 + y_1 + y_2 + 2(z_1 + z_2))$

$\lambda(x, y, z) = (\lambda x, \lambda y, \lambda z)$

$0(x, y, z) = (0, 0, 0)$