Provinha 3

Cálculo II - IAG

Monitora - Juliane Trianon Fraga

Justifique as respostas.

Exercício 1 (2 pt)**.** Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua com $f(1) = 5$ e

$$g(x, y, z) = \int_0^{e^x + y^3 + \text{ sen } z} f(t)\ dt.$$

Calcule $\dfrac{\partial g}{\partial x}(0,0,0)$, $\dfrac{\partial g}{\partial y}(0,0,0)$ e $\dfrac{\partial g}{\partial z}(0,0,0)$.

Exercício 2 (3 pt)**.** Calcule os seguintes limites, caso existam. Se não existir, justifique.

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{y - x^4}$

b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\sqrt[3]{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Exercício 3 (2 pt)**.** Determine o conjunto dos pontos de continuidade da função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\sqrt[5]{y^6}}{x^2 + y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Exercício 4 (2 pt)**.** Em cada caso, verifique em que pontos existem as derivadas parciais $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)$, e determine-as.

a) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + y}{x^2 + y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

b) $f(x,y) = \begin{cases} e^{\dfrac{1}{(4x^2+y^2-1)}} & \text{se } 4x^2+y^2<1 \\ 0 & \text{se } 4x^2+y^2 \geq 1. \end{cases}$

Exercício 5 (1 pt)**.** Sejam $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função de uma variável real, diferenciável, e $g(x,y) = \phi(ye^{-x})$. Verifique que, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$,

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = 0.$$

Desafio: Determine os pontos de continuidade da função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} xy \operatorname{sen} \dfrac{1}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } y = 0. \end{cases}$$

Bônus de 0.5 ponto para o grupo que acertar completamente o desafio.