Provinha 5
Cálculo II - IAG

Monitora - Juliane Trianon Fraga

Justifique as respostas.

Exercício 1 (3 pt). Sendo dados

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

e $\vec{u}$ o versor de $\vec{i} + \vec{j}$, calcule

a) $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 0)$

b) $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0, 0)$

Exercício 2. Admita que $T(x, y) = 2x^2 + y^2 - 10$, definida nos pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $x > 0$ e $y > 0$, represente uma distribuição de temperatura no plano xy .

- a) Verifique que $\nabla T(x, y) \neq (0, 0)$ para todo ponto em que T está definida. (1 pt)
- b) Suponha que a curva diferenciável $\gamma(t) = (t, y(t))$, definida em um intervalo aberto I , com imagem contida no domínio de T , desloca-se sempre na direção e sentido de maior crescimento de temperatura. Verifique que, nessas condições, para todo $t \in I$,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{2t}.$$

(2.5 pt)

- c) A solução da equação diferencial acima é

$$y(t) = k\sqrt{t}$$

com k constante. Sabendo-se que $1 \in I$ e $\gamma(1) = (1, 1)$, determine k . (1 pt)

Exercício 3 (2.5 pt). Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^2 em $\mathbb{R}^2$, e $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$z(u) = u \cdot \frac{\partial f}{\partial y}(u^2, \cos(2u)).$$

Calcule $z'(u)$, para $u \in \mathbb{R}$.