

Cálculo aplicado à Circulação e Vorticidade.

20 de Março de 2017

Resumo

A circulação e a vorticidade de um fluido são assuntos intrínsecos para entender a dinâmica da meteorologia. Ambos são responsáveis por medir a rotação do fluido, porém a circulação visa a região macroscópica da área que está em movimento e a vorticidade considera os pontos microscópicos, ou seja, a circulação é basicamente a integral da vorticidade em toda a área definida e fechada.

Por se tratar de um estudo de fluidos com trajetórias fechadas a aplicação de integral de linha e o Teorema de Stokes são fundamentais para entender e descrever esses sistemas.

O Teorema da Circulação advém da integral de linha aplicada em cima da Segunda Lei de Newton. São estudadas dois tipos de circulação: relativa e absoluta. Nesse trabalho foi desenvolvida somente a circulação relativa e todo o procedimento foi realizado aplicando o Teorema de Stokes. No exemplo encontrado neste artigo a aplicação do Teorema da Circulação é dada ao problema da brisa marítima. O desenvolvimento da integral de linha, nesse exemplo, resulta na velocidade média do vento, e isso é aplicado nas divulgações meteorológicas dadas pelos meios de comunicação de uma sociedade.

A vorticidade, como já dito, é a medida infinitesimal da circulação em um infinitesimal da área. Sua aplicabilidade na previsão do tempo é mais direta, pois os campos de vorticidade estão associados a ciclones e anticiclones e isso possui uma associação com o que nos telejornais é dito de área de baixa pressão (nebulosidade) e alta pressão (céu "limpo").

O estudo do vórtice não é simples, pois possui três componentes que controlam isso. A componente planetária que leva em consideração o parâmetro de Coriolis, a vorticidade relativa que considera a velocidade do vento e a soma de ambas componentes é chamada de vorticidade absoluta. Passados muitos desenvolvimentos matemáticos e cálculos de integrais de linha é possível definir a Equação da Vorticidade que por fim é o elemento essencial para calcular a taxa de mudança do vórtice de um fluido.

Palavras-chaves: circulação. vorticidade. meteorologia.

Abstract

The circulation and the vorticity of a fluid are subjects that are intrinsic to the understanding of the meteorology's dynamic. Both are responsible to measure the rotation of a fluid, though the circulation aim the macroscopic area that is moving and the vorticity consider the microscopic points, that is, the circulation is basically the integral of the vorticity in the entire and defined, closed area.

Due to the fluid circulation study with closed trajectories the application of the line integral and the Stokes's Theorem are fundamental to the understanding and description of these systems.

The Theorem of Circulation comes from the line integral applied onto the Newton's second law. Two different types of circulation are studied: the relative and the absolute. The relative circulation was the only one developed in this work and its procedure was accomplished applying the Stokes's Theorem. In this article's example the application of the Circulation Theorem is given to the maritime breeze problem. The development of the line integral, in this example, results into the average velocity of the wind, and it is applied into meteorology disclosures through the media in the society.

The vorticity, as said, are Infinitesimals measures from the circulation in an Infinitesimal of the area. Its applicability at weather prediction is straighter, because the vorticity fields are associated to cyclones and anticyclones and it has an association within what the news call low pressure area (nebulosity) and high pressure ("clean" sky).

The vortices' study isn't simple, due to the three components it has controlling it. The planetary component takes in consideration the Coriolis parameter, the relative vorticity that considers the velocity from the wind and the sum of both components is called absolute vorticity. After lots of mathematical development and line integrals it is possible to define the Vorticity Equation which is the essential element to calculate the rate of a vortices fluid change.

Keywords: circulation. vorticity. meteorology.

1 Introdução.

Esse artigo científico tem como objetivo revisar dois temas importantes no estudo da ciência atmosférica baseando em cálculos e integrais de linhas. São eles a circulação e vorticidade em um fluido.

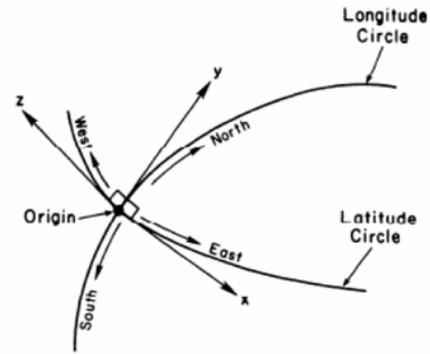
Será apresentado o que são coordenadas absolutas (principal coordenada utilizada nesse trabalho), a aplicabilidade do Teorema de Stokes em ambos assuntos e a partir do Teorema da Circulação, será deduzido o famoso Teorema da Circulação de Kelvin. Para a vorticidade serão apresentadas suas três componentes (planetária, relativa e absoluta), a principal aplicação na meteorologia que são os estudos de ciclones e anticiclones, e a partir da Equação de Euler chega-se a definição da Equação de Vorticidade.

Todos os teoremas e equações citadas acima terão suas definições descritas e aplicáveis durante todo o artigo.

2 Coordenadas Absolutas

Dentro do sistema usado pela meteorologia existem vários sistemas de coordenadas, sendo assim as coordenadas absolutas fazem parte desse sistema. O sistema de coordenadas absolutas é um sistema relativamente simples, porém essencial, onde utiliza-se o sistema de coordenadas cartesianas. As coordenadas cartesianas são divididas em eixos, tais eixos são o eixo "X" que tem como direção e sentido o eixo "Oeste-Leste" da Terra, o eixo "Y" que tem como direção e sentido o eixo "Norte-Sul" da Terra, mesmo quando se está posicionado sobre o polo e por último o eixo "Z" que é vertical ao planeta Terra e é perpendicular ao plano x-y. O plano x-y é um plano tangente ao planeta Terra em sua origem.

Figura 1 – Eixos do plano cartesiano em relação ao planeta Terra



Principles of Kinematics and Dynamics

3 Circulação

A circulação é uma quantidade escalar integral e uma das duas medidas primárias da rotação, sendo uma medida macroscópica da rotação em uma área finita do fluido.

3.1 O Teorema da Circulação

O Teorema da Circulação pode ser obtido por meio da integral de linha da Segunda Lei de Newton para uma cadeia fechada de partículas de um fluido. No sistema de coordenadas absolutas fica:

da $Vadt = -\alpha \nabla - \nabla\phi$ (desprezando o atrito)

$$\text{da } Vadt dl = -\alpha \nabla dl - \nabla\phi dl \quad (1)$$

O lado esquerdo pode ser desmembrado da seguinte forma:

$$\text{da } Vadt dl = ddt(Vadl) - Va ddt(dl)$$

Lembrando que l é um vetor posição, tal que $dldt = Va$. Então temos que:

$$\text{da } Vadt dl = ddt(Vadl) - Va(dVa)$$

Substituindo em (1) este resultado e recordando que a integral de linha de uma diferencial perfeita é zero:

$$\nabla\phi dl = d\phi = 0$$

Obtemos:

$$\text{da } Vadt dl = -\alpha \nabla dl$$

Ou ainda:

$$da \, dt \, Vadl = - \alpha \nabla dl$$

Dessa forma:

$$ddtCa = - \alpha \, dp \text{ e também } ddtCa = - dp \rho$$

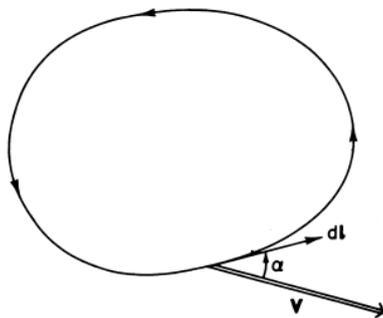
O termo ao lado direito da equação é chamado de termo solenoidal, para um fluido barotrópico a densidade será função apenas da pressão e o termo solenoide, desse modo a circulação absoluta irá se conservar seguindo o movimento. Este resultado é o dito Teorema da Circulação de Kelvin, analogamente a conservação de momentum angular da mecânica de fluidos. Em uma análise meteorológica é bem mais cômodo trabalhar apenas com a circulação relativa (Ce) do que com a circulação absoluta (Ca). Isto ocorre, pois, parte da circulação absoluta advém do movimento de rotação da Terra.

A circulação relativa pode ser encontrada aplicando o Teorema de Stokes ao vetor V_e , onde $V_e = r$ é a velocidade de rotação da Terra. Então

Como foi dito anteriormente a circulação é definida como a integral de linha do vetor velocidade tangente em cada ponto a uma determinada curva de Jordan.

Figura 2 – A circulação é dada pela integral de linha de uma curva de Jordan

$$C \equiv \oint \mathbf{U} \cdot d\mathbf{l} = \oint |\mathbf{U}| \cos \alpha \, dl$$



Onde $l(s)$ é um vetor posição que se estende desde a origem até o ponto $s(x,y,z)$ na curva C , e dl representa o limite de $\delta l = l(s + \delta s) -$

$l(s)$ com $\delta s \rightarrow 0$. Consequentemente

4 Vorticidade

Denota-se por vorticidade a medida microscópica da rotação de um fluido sobre um eixo vertical, sendo esta uma quantidade vetorial avaliando a rotação de um incremento infinitesimal de fluido em um ponto do espaço. Geralmente a vorticidade é denotada pela letra ζ .

Seja S uma superfície limitada por uma curva fechada, de área A e C a circulação em volta da área dessa superfície. Dividindo a área da superfície em elementos infinitesimais de área δA e levando em consideração incrementos infinitesimais de circulação δC , é evidente que a circulação C sobre toda a área A é igual à somatória das circulações em volta dos elementos infinitesimais, somadas sempre no mesmo sentido.

$$C = \int$$

A vorticidade é definida como sendo o limite da taxa de circulação infinitesimal (δC) ao redor de um incremento infinitesimal de área (δA):

$$\zeta = (\delta A / \delta C)$$

A equação acima remete a uma quantidade escalar, a qual é a componente do vetor vorticidade ao longo da componente normal do elemento de superfície δA .

Considerando a somatória de ζ sobre todos os elementos δA , temos:

$$C = \int$$

“A circulação ao redor de uma curva fechada horizontal limitando qualquer área finita A é igual a integral da vorticidade sobre toda a área A ”, (Stokes, 1854 apud Holmboe, 1945).

O resultado acima é um teorema bidimensional e é apenas um caso particular do Teorema de Stokes, o qual é válido para qualquer superfície no espaço limitada por uma curva fechada.

O conceito de vorticidade é extremamente importante no campo das ciências atmosféricas, especialmente no que diz respeito

à previsão do tempo, pois campos de vorticidade, tanto positivos quanto negativos, estão associados a ciclones e anticlones, e esses, por sua vez, estão associados a áreas de baixa e alta pressão, respectivamente. Relacionamos áreas de baixa pressão com nebulosidade e áreas de alta pressão com céu “limpo”.

A vorticidade pode ser tanto positiva quanto negativa.

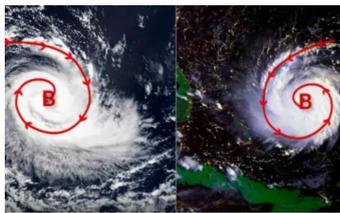
Vorticidade positiva: Uma vorticidade positiva está associada ao aumento da velocidade do vento conforme a distância do centro de interesse aumenta. O movimento do vento ocorre no sentido anti-horário.

Vorticidade negativa: Uma vorticidade negativa está associada a diminuição da velocidade do vento conforme a distância ao centro de interesse aumenta. O movimento do vento ocorre no sentido horário.

Logo, no hemisfério Sul, um ciclone possui vorticidade negativa, movendo no sentido horário. E no hemisfério Norte, a vorticidade é positiva e o ciclone movimenta-se no sentido anti-horário.

A imagem abaixo exalta as diferenças entre o movimento de um ciclone no hemisfério norte e de um ciclone no hemisfério sul:

Figura 3 – Comparação entre movimento ciclônico no hemisfério norte e no hemisfério sul.



Vestibular UNICAMP, 2016.

Considerando o fluido atmosférico a vorticidade pode ser causada por cisalhamento de uma parcela de ar (quando há mudanças na velocidade do vento em uma considerada distância horizontal), curvatura (quando ocorrem mudanças na direção do vento em uma considerada distância horizontal) e por Coriolis.

A vorticidade é também definida como sendo o rotacional do campo de movimento de

uma parcela de ar:

$$\begin{aligned}\vec{\omega} &= \nabla \times \vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (v_x, v_y, v_z) \\ &= \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)\end{aligned}$$

Entretanto, em meteorologia, na análise de fenômenos sinóticos, apenas a componente vertical do vetor vorticidade é considerado.

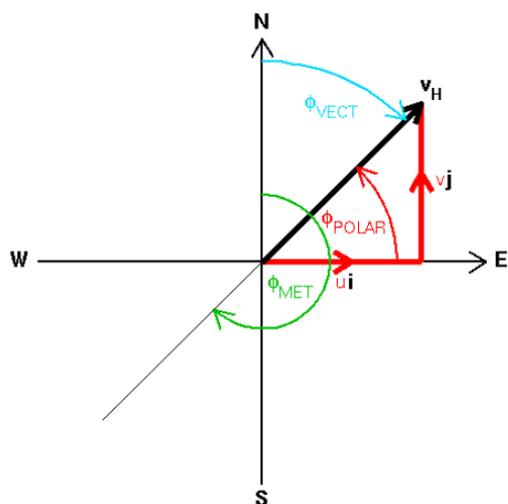
Então:

$$\zeta = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}$$

Onde V é a componente meridional do vento e U é a componente zonal.

O vento é um excelente exemplo de vetor na natureza, possui módulo, direção e sentido. No campo das ciências atmosféricas é conveniente expressar as características do vetor vento em componentes zonais (componente ao longo de uma linha de latitude), meridionais (componente ao longo de uma linha de meridiano).

Figura 4 – Componentes do vetor vento



www.meteoropole.com

A componente (zonal e meridional) está desenhada em vermelho. A partir dessa representação, e usando trigonometria básica é possível deduzir a relação entre o vetor velocidade do vento e as duas componentes necessárias para descrevê-lo suficientemente bem:

Figura 5 – Legenda

$$u = -|v_H| \times \sin \left[\frac{\pi}{180} \times \phi_{MET}(deg) \right]$$

$$v = -|v_H| \times \cos \left[\frac{\pi}{180} \times \phi_{MET}(deg) \right]$$

A demonstração dessas relações foge do objetivo deste texto.

Onde o símbolo representa a intensidade d vento, e o símbolo representa a direção do vento, em graus. É importante ressaltar que a palavra MET faz menção ao fato de que diferentemente do ciclo trigonométrico, aqui, os valores dos graus aumentam no sentido horário.

Figura 6 – Direção do vento

Abreviatura	Direção do vento	Graus
N	Norte	0°
NNE	Norte-Nordeste	22.5°
NE	Nordeste	45°
ENE	Leste-Nordeste	67.5°
E	Leste (ou Este)	90°
ESE	Leste-sudeste	112.5°
SE	Sudeste	135°
SSE	Sul-sudeste	157.5°
S	Sul	180°
SSW	Sul-sudoeste	202.5°
SW	Sudoeste	225°
WSW	Oeste-sudoeste	247.5°
W	Oeste	270°
WNW	Oeste-noroeste	292.5°
NW	Noroeste	315°
NNW	Norte-noroeste	337.5°

www.meteoropole.com

4.1 As três componentes da vorticidade:

4.1.1 Vorticidade Planetária:

A vorticidade planetária é definida da seguinte maneira:

$$f = 2\text{sen}\Phi$$

Onde Φ é a latitude.

Então, obviamente a vorticidade planetária está associada com o parâmetro de Coriolis.

4.1.2 Vorticidade Relativa:

A vorticidade relativa está relacionada com o cisalhamento dos campos de vento na atmosfera, ou seja, mudanças na velocidade do vento sobre uma dada distância horizontal.

É definida por:

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

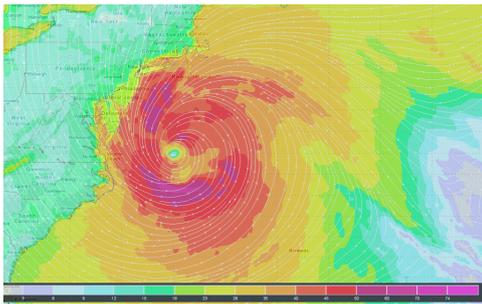
4.1.3 Vorticidade absoluta:

A vorticidade absoluta é simplesmente a soma da vorticidade planetária com a vorticidade relativa, é denotada pela letra η :

$$\eta = \zeta + f$$

A figura abaixo representa o campo de vento, dado em nós, do furacão Sandy, o qual é considerado o furacão mais intenso da temporada de furacões do Atlântico no ano de 2012 :

Figura 7 – Campo de vento do furacão Sandy.



DCstorms.com

Observando o movimento do vento na figura 10, é claramente visível a importância da análise da vorticidade na atmosfera.

4.2 A dinâmica da vorticidade:

Definição: Seja um vetor que caracteriza a velocidade de um fluido, com uma direção definida, a curva instantânea que está sempre tangente à direção desse vetor é denominada de streamline.

Considerando um elemento de fluido em rotação com streamlines circulares, é possível citar dois casos envolvendo a vorticidade desse incremento de fluido, portanto há duas equações possíveis para descrever o movimento de um vórtice:

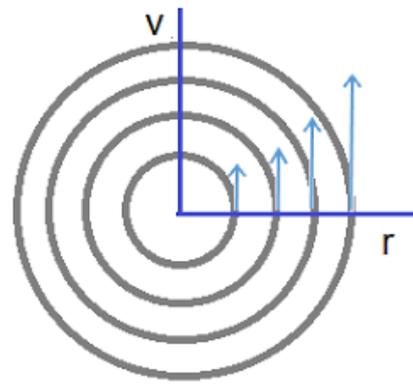
$u() = (1/2) \omega r$ (1) Para vórtices rotacionais;

$u() = (\Gamma/2\pi r)$ (2) Para vórtices irrotacionais;

4.2.1 Vórtice rotacional (Vórtice forçado):

A primeira equação descreve o movimento de um fluido, em torno de um vórtice, que pode ser representado como a rotação de um corpo sólido. Neste caso, temos que a velocidade tangencial u é diretamente proporcional ao raio r de uma streamline. É possível citar como exemplo desse tipo de fluxo, um fluxo gerado pela rotação da água em um tanque cilíndrico de forma constante. Esse tipo de vórtice é apenas mantido com um suprimento contínuo de energia.

Figura 8 – Vórtice forçado



www.mecholic.com

A velocidade de um vórtice rotacional é dada pela seguinte equação, em coordenadas polares:

$u() = \omega r$; onde ω é a velocidade angular;

r é o raio da streamline;

u é a velocidade tangencial.

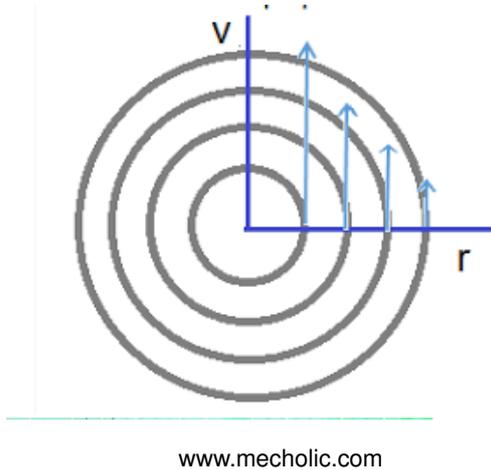
Em vórtices forçados, a velocidade de cada elemento de fluido sobre seu próprio eixo é constante e igual a ω .

4.2.2 Vórtices irrotacionais (Vórtice livre):

Esse tipo de vórtice funciona apenas com uma quantidade de energia fornecida anteriormente, ou seja, não é necessário que o suprimento de energia seja contínuo.

Apenas observando o comportamento das streamlines de um fluido, não é possível concluir que o fluxo de fluido tenha vorticidade, mesmo que as streamlines sejam circulares.

Figura 9 – Vórtice livre



Considerando um fluxo ao redor de um caminho circular em que a velocidade tangencial é inversamente proporcional ao raio da streamline, obtemos:

$$u(\theta) = (c/r) \text{ Onde } c \text{ é uma constante.}$$

A vorticidade em qualquer ponto do fluxo é:

$$\omega = (0/r)$$

Logo, a vorticidade é zero em qualquer ponto do fluido, exceto na origem do vórtice. Na origem, a vorticidade pode ser calculada considerando a circulação em torno de um contorno de raio r :

A circulação é:

$$\Gamma = \int (\theta) 2\pi r = 2\pi c$$

Portanto, a circulação é constante e independente do raio da streamline. Pode-se concluir também que a circulação em volta de um circuito que inclui a origem é igual a $2\pi c$.

Temos como uma consequência do teorema de Stokes:

$$\Gamma = \int \omega \cdot d\mathbf{A}$$

A equação é válida para qualquer contorno que esteja incluindo a origem.

Vórtices reais, como ciclones tropicais,

são modelados considerando que o seu centro rotacional aproximadamente como um corpo sólido, ou seja, a vorticidade é assumida constante no centro do vórtice e zero em qualquer ponto fora do centro.

4.3 A equação de Euler:

Na forma vetorial a equação de Euler é dada por :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

Onde:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(E+p) \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vw \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \\ v(E+p) \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w^2 \\ p + \rho w^2 \\ w(E+p) \end{pmatrix}$$

$$E = \rho e + \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2$$

é a energia, P é a pressão, ρ é a densidade do fluido e v é a velocidade do fluido.

4.4 A Equação da Vorticidade:

A equação da vorticidade é essencial para o estudo do movimento dos fluidos, uma vez que ela fornece a taxa de mudança da vorticidade de um elemento de fluido.

Considere um escoamento de fluido no plano xy em relação a um sistema de coordenadas absoluto, tomando a derivada em relação a y da equação de Euler para a direção x , obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

O próximo passo é tomar a derivada em relação a x da equação de Euler para a direção y :

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\zeta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

Subtraindo a primeira equação da segunda e simplificando os termos:

O primeiro termo do lado direito da equação é o termo da divergência, o segundo é o termo de torção e o terceiro é o termo solenoidal.

A equação da vorticidade também pode ser deduzida a partir da equação de Navier-Stokes para fluxos incompressíveis, em sua forma vetorial:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gy \right) + \nu \nabla^2 \vec{v}$$

Se tomarmos o rotacional da equação de Navier-Stokes, obteremos a equação da vorticidade:

$$\nabla \times (\text{Navier-Stokes}) \longrightarrow \nabla \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla \times \nabla \left(\frac{p}{\rho} + gy \right) + \nabla \times (\nu \nabla^2 \vec{v})$$

O primeiro termo do lado esquerdo, considerando "frames" de referência fixa, pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{v}) = \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$$

O mesmo ocorre com o último termo do lado direito:

$$\nabla \times (\nu \nabla^2 \vec{v}) = \nu \nabla^2 \vec{\omega}$$

O termo de pressão do fluido se anula com a aplicação da seguinte propriedade:

$$\nabla \times \nabla \cdot \text{scalar} = 0$$

Isso prova que a densidade do fluido é uniforme. E então, temos:

$$\nabla \times \left(\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gy \right) \right) = 0$$

Temos que :

$$\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) = \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) - \vec{v} \times \vec{\omega}$$

Onde :

$$v^2 \equiv |\vec{v}|^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$$

O segundo termo do lado direito também pode ser reescrito, e então, obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} &= \nabla \times \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) - \nabla \times (\vec{v} \times \vec{\omega}) = \nabla \times (\vec{\omega} \times \vec{v}) \\ &= (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} + \vec{\omega} (\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{v} (\nabla \cdot \vec{\omega}) \end{aligned}$$

Temos que, desde que o fluido seja incompressível, o termo $\vec{\omega} (\nabla \cdot \vec{v})$ é zero. E também temos outro termo nulo, o qual é: $\vec{v} (\nabla \cdot \vec{\omega})$, segundo a propriedade de que o divergente do rotacional é zero.

E logo, obtemos a equação da vorticidade:

$$\boxed{\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{\omega}}$$

Analisando tal equação, percebe-se que a difusão da vorticidade é análoga a equação do calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \nabla^2 T$$

Onde K é a difusividade de calor.

5 Bibliografia

- Midlatitudes: Principles of Kinematics and Dynamics. 1992, Vol. 1. BLUESTEIN, H.
- K. Mohanakumar; Stratosphere Troposphere Interactions, an introduction; Springer
- Holmboe, Jorgen; Dynamic Meteorology, 1945.
- Houghton, John, The physics of atmospheres, Cambridge, 3° edição, 2007.
- Kundu, K. Pijush, Cohen, M. Ira, Fluid Mechanics, Academic Press, 2° edição, 2002

Título em Inglês

20 de Março de 2017

Abstract

The circulation and the vorticity of a fluid are subjects that are intrinsic to the understanding of the meteorology's dynamic. Both are responsible to measure the rotation of a fluid, though the circulation aim the macroscopic area that is moving and the vorticity consider the microscopic points, that is, the circulation is basically the integral of the vorticity in the entire and defined, closed area.

Due to the fluid circulation study with closed trajectories the application of the line integral and the Stokes's Theorem are fundamental to the understanding and description of these systems.

The Theorem of Circulation comes from the line integral applied onto the Newton's second law. Two different types of circulation are studied: the relative and the absolute. The relative circulation was the only one developed in this work and its procedure was accomplished applying the Stokes's Theorem. In this article's example the application of the Circulation Theorem is given to the maritime breeze problem. The development of the line integral, in this example, results into the average velocity of the wind, and it is applied into meteorology disclosures through the media in the society.

The vorticity, as said, are Infinitesimals measures from the circulation in an Infinitesimal of the area. Its applicability at weather prediction is straighter, because the vorticity fields are associated to cyclones and anticyclones and it has an association within what the news call low pressure area (nebulosity) and high pressure ("clean" sky).

The vortices' study isn't simple, due to the three components it has controlling it. The planetary component takes in consideration the Coriolis parameter, the relative vorticity that considers the velocity from the wind and the sum of both components is called absolute vorticity. After lots of mathematical development and line integrals it is possible to define the Vorticity Equation which is the essential element to calculate the rate of a vortices fluid change.

Key-words: circulation. vorticity. meteorology.