P1

. Resolva o item a) se o seu nro USP. termina em $0, 5, 8$

Resolva o item b) se o seu nro USP. termina em $1, 2, 6$

Resolva o item c) se o seu nro USP. termina em $3, 4, 7, 9$

1. .

   (a) ($3pts$) Se $z + \frac{1}{z} = 2\cos\theta$ com $\theta \in \mathbb{R}$, escreva na forma polar o valor de z^4.

   (b) ($3pts$) Escreva na forma polar o numero complexo $z = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$.

   (c) ($3pts$) Seja $z = x + iy$. Encontre as raices quadradas de z na forma cartesiana, como funções de x e y.

.. Resolva o item a) se o seu nro USP. termina em $0, 5, 8$

Resolva o item b) se o seu nro USP. termina em $1, 2, 6$

Resolva o item c) se o seu nro USP. termina em $3, 4, 7, 9$

2 .

   (a) ($3,5pts$) Vc pode afirmar que se ln é o logaritmo principal então $n\ln z = \ln(z^n)$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e $z \in \mathbb{C} - \{0\}$?. Calcule o limite $\lim n\ln\left(\frac{i-n}{i+n}\right)$

   (b) ($3,5pts$). Encontre o limite da sequência $\lim\left(\frac{1+in}{2n^2}\right)^n$. Justifique analiticamente cada um de seus passos. Use apenas o estudado em aula.

   (c) ($3,5pts$). Vc pode afirmar que se ln é o logaritmo principal então $n\ln z = \ln(z^n)$. para todo $n \in \mathbb{N}$ e $z \in \mathbb{C} - \{0\}$?. Calcule o limite $\lim n\ln\left(1 + \frac{2i}{n}\right)$

. Resolva o item a) se o seu nro USP. termina em $0, 5, 8$

Resolva o item b) se o seu nro USP. termina em $1, 2, 6$

Resolva o item c) se o seu nro USP. termina em $3, 4, 7, 9$

3 .

   (a) ($3,5pts$) Converge a série $\sum_{n=1}^{\infty} i^n \ln\frac{n+2}{n+3}$?... Converge absolutamente?. Justifique de forma detalhada a sua resposta.

   (b) ($3,5pts$) Converge a série $\sum(-i)^n\left(\sqrt{n^2+1} - n\right)$?Converge absolutamente?. Justifique de forma detalhada a sua resposta.

   (c) ($3,5pts$) Converge a série $\sum_{n=1}^{\infty} i^n \ln^2\left(1 + \frac{1}{n}\right)$?. Converge absolutamente?. Justifique de forma detalhada a sua resposta.

P2

1. $(4,0pts)$A série $\sum_{n=1}^{\infty} z^n e^{-nz}$, com $z \in \Omega = \{z : |z| \leq 2,\ \text{Re}\, z \geq 1\}$ converge simplesmente no conjunto Ω?... converge uniformemente?

2. $(3pts)$Existe o limite $\lim_{z \to 0} \frac{x^2+y^2}{x+iy}$?. Em caso afirmativo encontre o limite, $(z = x + iy)$

3. .$(3pts)$
   (a) $(1,75pts)$Em que pontos $z = x + iy$ a função $f(z) = x^2 + y^2 + (2x + 3y + xy)\, i$ é derivável?
   (b) $(0,75pts)$Encontre a derivada nestes pontos
   (c) $(0,5pts)$A função f é analitica neste pontos?.

P3

1. Calcular $\int_C (x^2 - yi)\, dz$ onde C é o segmento de reta $[1, i]$

2. Calcular
   (a) $\int_\alpha \frac{zdz}{1-2z}$ onde $\alpha = \{z : |z| = 1\}$, percorrida em sentido antihorario uma única vez
   (b) $\int_\alpha \frac{e^z dz}{(z-1)^4}$ onde $\alpha = \{z : |z - i| = 2\}$, percorrida em sentido antihorario uma única vez

3. Seja $f(z) = \frac{\sin z}{z(z+1)}$
   (a) Encontre as singularidades da função
   (b) Clasifique as singularidades (removivel,polo, essencial). Justifique
   (c) Encontre os resíduos em cada singularidade

PSUB

1. $(2.0pts)$Encontre todas soluções da equação $z^2 = \bar{z}$.

2. $(3,0pts)$Encontre o radio de convergencia da série de potencias $\sum \frac{\ln n}{n+1} z^n$. Analize a convergencia na fronteira do disco de convergencia

3. $(2,5pts)$Suponha que $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ e que $z_0 = x_0 + iy_0 \in dom(f)$.

   (a) Que condições deve satisfazer u e v para que f seja derivável em z_0.? São as condições de Cauchy Riemann suficientes?

   (b) Seja $f(z) = x^2y^2 - (x - xy)\,i$. Em que pontos $z = x + iy$ são satisfeitas as condições de Cauchy Riemann?. Em que pontos f é derivável-(justifique)?.

4. $(2,5pts)$Calcule a integral $\int_\alpha \frac{\sin(z)}{z^2(z-2)^2} dz$ onde α é a elipse $(x-2)^2 + 2y^2 = 1$, percorrida uma unica vez em sentido positivo.