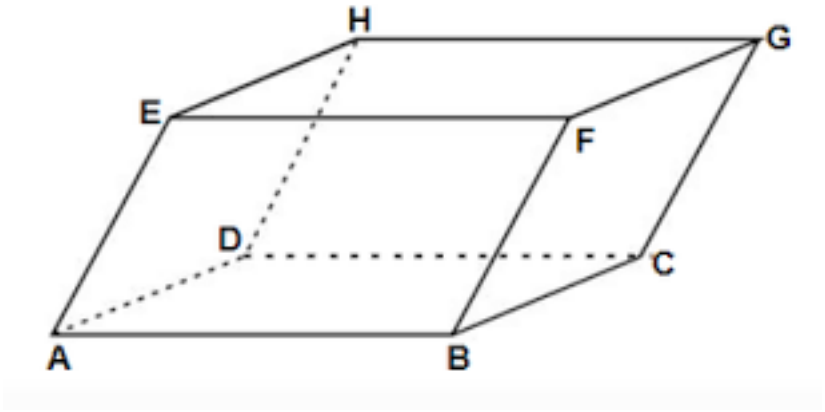
1. (2,5) Seja $ABCDEFGH$ um paralelepípedo como na figura e seja $X = A + \lambda\vec{AG}$ para algum $\lambda \in \mathbb{R}$.



(a) Escreva $\vec{BX}$ como combinação linear de $\vec{AB}, \vec{AD}$ e $\vec{AE}$, em função de λ.

(b) Mostre que $\{\vec{BX}, \vec{BH}\}$ é linearmente dependente se, e somente se, $\lambda = \frac{1}{2}$.

(c) Mostre que se $\lambda = \frac{1}{2}$, então X está na diagonal DF.

2. (2,5) Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base ortonormal positiva. Encontre uma base ortonormal $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ tal que $\{\vec{f}_1, \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\}$ é l.d. e $\{\vec{f}_3, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ é l.d. Decida se a base encontrada F é positiva ou negativa e justifique.

3. (2,5) Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, decida se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.
   (a) $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é l.i. se, e somente se, $\{\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}\}$ é l.i.
   (b) Se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é l.i., então $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, (\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{v})$ é uma base.

4. (2,5) Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ uma base e sejam

$$\begin{aligned} \vec{f_1} &= \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \\ \vec{f_2} &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_1 \\ \vec{f_3} &= 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Sabendo que $F = (\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3})$ é uma base, determine as coordenadas de $\vec{u} = (3, 5, 3)_F$ na base E e as coordenadas de $\vec{v} = (3, 5, 3)_E$ na base F.