

Equações da reta

$x = (a, b, c) + \lambda(u_1, u_2, u_3)$ → equações na forma vetorial

$$X = (x, y, z)$$

$$\lambda \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = a + \lambda u_1 \\ y = b + \lambda u_2 \\ z = c + \lambda u_3 \end{cases} \rightarrow \text{sistema de equações paramétricas}$$

Se $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ e tal que $u_i \neq 0$ para $i = 1, 2, 3$

$$\lambda: \frac{x-a}{u_1} = \frac{y-b}{u_2} = \frac{z-c}{u_3} \rightarrow \text{"equações" simétricas da reta}$$

Exercícios: III ex. 2: Dureva equações na forma simétrica da reta determinada pelo ponto $A = (-1, -4, -2)$ e pelo ponto médio do segmento de extremidade $B = (1, 3, 5)$ e $C = (3, 3, 1)$. Se M é ponto médio:

Equação simétrica

$$\frac{x-a}{u_1} = \frac{y-b}{u_2} = \frac{z-c}{u_3}$$

Exemplo: $A = (-1, -4, -2)$
 $\vec{u} = (3, 4, 5)$

$$3x = y - 1 = -2$$

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$$

ponto $(0, 1, 0)$

vetor diretor $(\frac{1}{3}, 1, -1)$

$$X = A + \lambda \overline{AM}$$

$$M = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{3+3}{2}, \frac{5+1}{2} \right) = (2, 0, 3)$$

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right) \text{ ponto médio de}$$

$$B = (x_1, y_1, z_1) \text{ e } C = (x_2, y_2, z_2)$$

$$X = (-1, -4, -2) + \lambda(3, 4, 5)$$

$$\overline{AM} = (2+1, 4, 3+2) = (3, 4, 5)$$

Equação simétrica $A = (-1, -4, -2)$

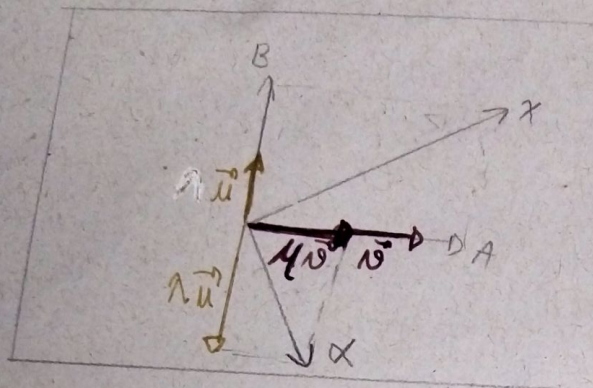
$$\frac{x-a}{u_1} = \frac{y-b}{u_2} = \frac{z-c}{u_3}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = -4 + 4\lambda \\ z = -2 + 5\lambda \end{cases}$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+2}{5}$$

Equações do plano

Sejam $\vec{u}, \vec{v}$ dois vetores não paralelos (L.P.) e P um ponto P.



$$\overrightarrow{PX} = n\vec{u} + \mu\vec{v}$$

$\pi: \underline{X = P + n\vec{u} + \mu\vec{v}} \quad n, \mu \in \mathbb{R}$
equação do plano no forma vetorial.

Σ_1 - sistema de coordenadas.

$$P = (a, b, c)$$

$$\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$X = (a, b, c) + n(u_1, u_2, u_3) + \mu(v_1, v_2, v_3) \text{ se } X = (x, y, z)$$

$$\begin{cases} x = a + nu_1 + \mu v_1 \\ y = b + nu_2 + \mu v_2 \\ z = c + nu_3 + \mu v_3 \end{cases}$$

$n, \mu \in \mathbb{R}$. Sistema de equações no forma paramétrica.

Mais uma equação do plano: Equação geral.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= (u_1, u_2, u_3) & X &= (x, y, z) \\ \vec{v} &= (v_1, v_2, v_3) & \overrightarrow{PX}, \vec{u}, \vec{v} & \text{ não copl.} \\ P &= (x_0, y_0, z_0) & & \equiv \text{coplanos} \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} & v_3 u_2 (x - x_0) + u_1 v_2 (z - z_0) + v_3 u_1 (y - y_0) + \\ & + v_1 u_2 (z - z_0) - v_3 v_2 (x - x_0) - v_1 v_3 (y - y_0) = \\ & = 0 \\ & \underbrace{(v_3 u_2 - v_3 v_2)}_a x + \underbrace{(u_3 v_1 - v_3 u_1)}_b y + \\ & + \underbrace{(u_1 v_2 - v_1 u_2)}_c z \\ & + \underbrace{(-v_3 v_2 x_0 - u_1 v_2 z_0 - v_3 v_1 y_0 + v_1 v_2 z_0 + v_3 v_2 x_0 + u_1 v_3 y_0)}_d = 0 \end{aligned}$$

$$\underline{ax + by + cz + d = 0}$$

+ Com pelo menos um entre a, b, c diferente de 0