

2ª prova de MAT 121 - Cálculo diferencial II
2º semestre de 2014 - 19.11.2014 - Prova A
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Nome:

Nº USP:

Exercício 1 (nota máxima 2,5). Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e aborde as questões seguintes.

- a) Determine se f é contínua em $(0, 0)$.
- b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ num ponto genérico (x, y) diferente da origem de $\mathbb{R}^2$.
- c) Calcule as derivadas parciais em $(0, 0)$ e diga se $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ são contínuas em $(0, 0)$.
- d) Diga se f é diferenciável em $(0, 0)$.

Exercício 2 (nota máxima 2,5). Considere $g(x, y) = e^{x^2+2y^2}$ e aborde os problemas seguintes.

- a) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de g no ponto $(1, 2, g(1, 2))$.
- b) Considere a direção $v = (1/\sqrt{3}, \sqrt{2}/\sqrt{3})$ de $\mathbb{R}^2$. Calcule $\frac{\partial g}{\partial v}(-1, 3)$, usando a definição de derivada direcional.
- c) Em relação ao item b) acima, existe um outro método para calcular $\frac{\partial g}{\partial v}(-1, 3)$? Se a resposta for afirmativa, enuncie o método ressaltando a hipótese sobre g que permite o uso deste método alternativo.

Exercício 3 (nota máxima 2,5). a) Dê o enunciado e a demonstração da fórmula de derivação de uma função composta (também chamada "regra da cadeia") no caso de uma composição do tipo $g \circ f$, onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

b) Dê a definição de curva de nível para uma função de 2 variáveis e use a regra da cadeia para provar que o gradiente é ortogonal à curva de nível (enuncie corretamente o resultado).

Exercício 4 (nota máxima 2,5). a) Dê a definição de ponto de máximo relativo de uma função $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ onde D é um subconjunto de $\mathbb{R}^3$.

b) Determine o máximo e o mínimo absolutos da função $f(x, y) = 5e^{xy}$ restrita ao conjunto $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 3\}$.

c) A origem de $\mathbb{R}^2$ é ponto crítico da f acima? É ponto de máximo ou de mínimo relativo?

Cada passo de cada exercício deve ser justificado.

2ª prova de MAT 121 - Cálculo diferencial II
2º semestre de 2014 - 19.11.2014 - Prova B
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Nome:

Nº USP:

Exercício 1 (nota máxima 2,5). Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e aborde as questões seguintes.

- a) Determine se f é contínua em $(0, 0)$.
- b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ num ponto genérico (x, y) diferente da origem de $\mathbb{R}^2$.
- c) Calcule as derivadas parciais em $(0, 0)$ e diga se $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ são contínuas em $(0, 0)$.
- d) Diga se f é diferenciável em $(0, 0)$.

Exercício 2 (nota máxima 2,5). Considere $g(x, y) = e^{3x^2+y^2}$ e aborde os problemas seguintes.

- a) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de g no ponto $(2, 1, g(2, 1))$.
- b) Considere a direção $v = (2/\sqrt{5}, 1/\sqrt{5})$ de $\mathbb{R}^2$. Calcule $\frac{\partial g}{\partial v}(3, -1)$, usando a definição de derivada direcional.
- c) Em relação ao item b) acima, existe um outro método para calcular $\frac{\partial g}{\partial v}(3, -1)$? Se a resposta for afirmativa, enuncie o método ressaltando a hipótese sobre g que permite o uso deste método alternativo.

Exercício 3 (nota máxima 2,5). a) Dê o enunciado e a demonstração da fórmula de derivação de uma função composta (também chamada "regra da cadeia") no caso de uma composição do tipo $g \circ f$, onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

b) Dê a definição de curva de nível para uma função de 2 variáveis e use a regra da cadeia para provar que o gradiente é ortogonal à curva de nível (enuncie corretamente o resultado).

Exercício 4 (nota máxima 2,5). a) Dê a definição de ponto de mínimo relativo de uma função $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ onde D é um subconjunto de $\mathbb{R}^3$.

b) Determine o máximo e o mínimo absolutos da função $f(x, y) = 4e^{xy}$ restrita ao conjunto $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2 \leq y \leq 2\}$.

c) A origem de $\mathbb{R}^2$ é ponto crítico da f acima? É ponto de máximo ou de mínimo relativo?

Cada passo de cada exercício deve ser justificado.

2ª prova de MAT 121 - Cálculo diferencial II
2º semestre de 2014 - 19.11.2014 - Prova C
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Nome:

Nº USP:

Exercício 1 (nota máxima 2,5). Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e aborde as questões seguintes.

- a) Determine se f é contínua em $(0, 0)$.
- b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ num ponto genérico (x, y) diferente da origem de $\mathbb{R}^2$.
- c) Calcule as derivadas parciais em $(0, 0)$ e diga se $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ são contínuas em $(0, 0)$.
- d) Diga se f é diferenciável em $(0, 0)$.

Exercício 2 (nota máxima 2,5). Considere $g(x, y) = e^{3x^2+2y^2}$ e aborde os problemas seguintes.

- a) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de g no ponto $(1, 1, g(1, 1))$.
- b) Considere a direção $v = (1/\sqrt{5}, 2/\sqrt{5})$ de $\mathbb{R}^2$. Calcule $\frac{\partial g}{\partial v}(3, -1)$, usando a definição de derivada direcional.
- c) Em relação ao item b) acima, existe um outro método para calcular $\frac{\partial g}{\partial v}(3, -1)$? Se a resposta for afirmativa, enuncie o método ressaltando a hipótese sobre g que permite o uso deste método alternativo.

Exercício 3 (nota máxima 2,5). a) Dê o enunciado e a demonstração da fórmula de derivação de uma função composta (também chamada "regra da cadeia") no caso de uma composição do tipo $g \circ f$, onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

b) Dê a definição de curva de nível para uma função de 2 variáveis e use a regra da cadeia para provar que o gradiente é ortogonal à curva de nível (enuncie corretamente o resultado).

Exercício 4 (nota máxima 2,5). a) Dê a definição de ponto de máximo relativo de uma função $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ onde D é um subconjunto de $\mathbb{R}^3$.

b) Determine o máximo e o mínimo absolutos da função $f(x, y) = 3e^{xy}$ restrita ao conjunto $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 8\}$.

c) A origem de $\mathbb{R}^2$ é ponto crítico da f acima? É ponto de máximo ou de mínimo relativo?

Cada passo de cada exercício deve ser justificado.

2ª prova de MAT 121 - Cálculo diferencial II
2º semestre de 2014 - 19.11.2014 - Prova D
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Nome:

Nº USP:

Exercício 1 (nota máxima 2,5). Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e aborde as questões seguintes.

- a) Determine se f é contínua em $(0, 0)$.
- b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ num ponto genérico (x, y) diferente da origem de $\mathbb{R}^2$.
- c) Calcule as derivadas parciais em $(0, 0)$ e diga se $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ são contínuas em $(0, 0)$.
- d) Diga se f é diferenciável em $(0, 0)$.

Exercício 2 (nota máxima 2,5). Considere $g(x, y) = e^{3x^2+y^2}$ e aborde os problemas seguintes.

- a) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de g no ponto $(3, 1, g(3, 1))$.
- b) Considere a direção $v = (\sqrt{2}/\sqrt{5}, \sqrt{3}/\sqrt{5})$ de $\mathbb{R}^2$. Calcule $\frac{\partial g}{\partial v}(2, 2)$, usando a definição de derivada direcional.
- c) Em relação ao item b) acima, existe um outro método para calcular $\frac{\partial g}{\partial v}(3, -1)$? Se a resposta for afirmativa, enuncie o método ressaltando a hipótese sobre g que permite o uso deste método alternativo.

Exercício 3 (nota máxima 2,5). a) Dê o enunciado e a demonstração da fórmula de derivação de uma função composta (também chamada "regra da cadeia") no caso de uma composição do tipo $g \circ f$, onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

b) Dê a definição de curva de nível para uma função de 2 variáveis e use a regra da cadeia para provar que o gradiente é ortogonal à curva de nível (enuncie corretamente o resultado).

Exercício 4 (nota máxima 2,5). a) Dê a definição de ponto de mínimo relativo de uma função $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ onde D é um subconjunto de $\mathbb{R}^3$.

b) Determine o máximo e o mínimo absolutos da função $f(x, y) = 2e^{xy}$ restrita ao conjunto $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4 \leq y \leq 5\}$.

c) A origem de $\mathbb{R}^2$ é ponto crítico da f acima? É ponto de máximo ou de mínimo relativo?

Cada passo de cada exercício deve ser justificado.