

**PROVA I DE CÁLCULO III - MAT 0216**  
**TURMA 2018121-IF-USP**  
**2018.1**

<b>INICIAL:</b>	<b>NÚMERO USP:</b>
<b>QUESTÃO</b>	<b>RESPOSTAS</b>
<b>I.</b>	a. b.
<b>II.</b>	a. b.
<b>III.</b>	
<b>IV.</b>	a. b.
<b>V.</b>	a. b. c.

**(USO EXCLUSIVO DO PROFESSOR RESPONSÁVEL)**

<b>QUESTÃO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>NOTA</b>
<b>I.</b>		
<b>II.</b>		
<b>III.</b>		
<b>IV.</b>		
<b>V.</b>		
<b>NOTA P1 :</b>		

## **REGULAMENTO DA PROVA**

- *Os pertences devem ser guardados abaixo da carteira.*
- *Na folha de rosto coloque somente o inicial do primeiro nome e o número USP. Qualquer outra identificação é proibida.*
- *Para fazer as contas da prova não é necessário o uso de uma calculadora.*
- *A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.*
- *Se necessário, utilize o verso das folhas enumerando as questões.*
- *As suas respostas devem ser transcritas na folha de rosto no lugar indicado para cada questão.*
- *Não utilize o espaço na folha de rosto reservado para o professor responsável.*
- *Justifique todas as afirmações usando apenas a teoria ensinada em sala de aula.*
- *Afirmções e respostas não provadas, ou devidamente justificadas, não serão consideradas.*
- *É permitida a entrada na sala de aula para fazer a prova o aluno que chegar com atraso de no máximo 40 minutos após o início da prova.*
- *A duração da prova é de duas horas sendo ela individual.*
- *É permitido sair apenas uma hora após do início da prova.*
- *Para ir ao banheiro é necessário obter permissão.*
- *Após o primeiro aluno sair não será mais permitido ir ao banheiro.*
- *A folha cola não deve ser entregue junto com a prova.*
- *A prova é um relatório que outra pessoa lerá; portanto escreva legível, use argumentos completos, faça as contas na prova e seja organizado.*
- *É proibido o uso de teorias e / ou métodos de resolução que não fazem parte da ementa do curso ou que ainda não foram ensinados pelo professor responsável. A questão que for resolvido fazendo uso destes não será pontuada.*
- *Cada questão vale 2 pontos se resolvida de forma correta.*
- *Todas as afirmações devem ser justificadas com resultados dados em sala de aula ou devem ser provadas na prova. Respostas tipo “sim” e “não” serão consideradas erradas se não vierem acompanhadas de argumentação lógica e cálculos que as corroboram.*

**FELIZ TESTE**

I. Seja  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  a função dada por  $T(x, y) = (2x + y, -5x + 3y)$  e seja  $\Omega$  o triângulo formado pelos pontos  $(3, 2)$ ,  $(7, 4)$ ,  $(1, 5)$ .

- a) **(1 ponto)** A função  $T$  é uma transformação linear?
- b) **(1 ponto)** Qual o valor da área de  $T(\Omega)$ , a imagem de  $\Omega$  pela  $T$ ?

II. Considere as funções  $u(x, y)$  e  $v(x, y)$  dadas pelo sistema

$$\begin{cases} x = u^2 - v^2 \\ y = 2uv \end{cases}$$

- a) **(1,5 pontos)** Quais as relações que existem entre  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$  e  $\frac{\partial v}{\partial y}$  ?
- b) **(0,5 ponto)** As funções  $u = u(x, y)$  e  $v = v(x, y)$  são funções harmônicas?

**III.** Seja  $\gamma$  a curva que é a intersecção das superfícies  $S_1 : x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1$  e  $S_2 : x^2 + y^2 = 1$ . Determine o ponto de  $\gamma$  que se encontra mais próximo à origem  $(0, 0, 0)$ .

**IV.** Considere o campo vetorial  $f(x, y) = (-y, x)$  e as curvas  $\gamma(t)$  que satisfazem à equação diferencial

$$\gamma'(t) = f(\gamma(t))$$

- a. **(1 ponto)** Calcule a derivada da função  $h(t) = \|\gamma(t)\|$ .
- b. **(1 ponto)** Explícite pelo menos uma curva  $\gamma(t)$  que satisfaz à equação diferencial acima.

V. Considere a parametrização  $\psi(u, v) = (u, v, \sqrt{u^2 + v^2})$ ,  $(u, v) \in \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$  e  $p_0 := (3, -4, 5)$ .

- a. **(1 ponto)** A parametrização determina uma superfície regular?
- b. **(0,5 ponto)** Determine uma equação vetorial da reta normal à superfície no ponto  $p_0$ .
- c. **(0,5 ponto)** Determine uma equação cartesiana do plano tangente à superfície no ponto  $p_0$ .