

PROVA II DE CÁLCULO III - MAT 0216
TURMA 2018121-IF-USP
2018.1

INICIAL:	NÚMERO USP:
QUESTÃO	RESPOSTAS
I.	a. b.
II.	a. b.
III.	a. b.
IV.	
V.	a. b.

(USO EXCLUSIVO DO PROFESSOR RESPONSÁVEL)

QUESTÃO	COMENTÁRIO	NOTA
I.		
II.		
III.		
IV.		
V.		
NOTA P2 :		

REGULAMENTO DA PROVA

- *Os pertences devem ser guardados abaixo da carteira.*
- *Na folha de rosto coloque somente o inicial do primeiro nome e o número USP. Qualquer outra identificação é proibida.*
- *Para fazer as contas da prova não é necessário o uso de uma calculadora.*
- *A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.*
- *Se necessário, utilize o verso das folhas enumerando as questões.*
- *As suas respostas devem ser transcritas na folha de rosto no lugar indicado para cada questão.*
- *Não utilize o espaço na folha de rosto reservado para o professor responsável.*
- *Justifique todas as afirmações usando apenas a teoria ensinada em sala de aula.*
- *Afirmações e respostas não provadas, ou devidamente justificadas, não serão consideradas.*
- *É permitida a entrada na sala de aula para fazer a prova o aluno que chegar com atraso de no máximo 40 minutos após o início da prova.*
- *A duração da prova é de duas horas sendo ela individual.*
- *É permitido sair apenas uma hora após do início da prova.*
- *Para ir ao banheiro é necessário obter permissão.*
- *Após o primeiro aluno sair não será mais permitido ir ao banheiro.*
- *A folha cola não deve ser entregue junto com a prova.*
- *A prova é um relatório que outra pessoa lerá; portanto escreva legível, use argumentos completos, faça as contas na prova e seja organizado.*
- *É proibido o uso de teorias e / ou métodos de resolução que não fazem parte da ementa do curso ou que ainda não foram ensinados pelo professor responsável. A questão que for resolvido fazendo uso destes não será pontuada.*
- *Cada questão vale 2 pontos se resolvida de forma correta.*
- *Todas as afirmações devem ser justificadas com resultados dados em sala de aula ou devem ser provadas na prova. Respostas tipo “sim” e “não” serão consideradas erradas se não vierem acompanhadas de argumentação lógica e cálculos que as corroboram.*
- *A folha cola individual está proibida. Se for detectada a sua prova será anulada.*
- *O seu celular deve permanecer desligado durante toda a prova.*
- *A folha cola anexa não pode ser destacada da prova.*

FELIZ TESTE

FOLHA COLA

Coordenadas Polares:

$$\varphi: [0, \infty[\times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \varphi(\rho, \theta) = (\rho \cos(\theta), \rho \sin(\theta))$$

Coordenadas Esféricas:

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos(\theta) \sin(\varphi) \\y &= \rho \sin(\theta) \sin(\varphi) \\z &= \rho \cos(\varphi)\end{aligned}$$

Integral repetida:

$$\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy = \int_a^b \left(\int_{g(x)}^{h(x)} f(x, y) dy \right) dx$$

uma formula parecida existe para integrais triplas.

Integrais de linha e de superfície

Campo escalar $\int_{\gamma} f d\gamma := \int_a^b f(\gamma(t)) \cdot \|\gamma'(t)\| dt$

$$\text{Massa de } \gamma = \int_{\gamma} \rho d\gamma = \int_a^b \rho(\gamma(t)) \cdot \|\gamma'(t)\| dt$$

Trabalho $W = \int_a^b \langle \vec{F} | \vec{e} \rangle ds = \int_a^b \langle \vec{F} \circ \gamma(t) | \gamma'(t) \rangle dt$

Fluxo $\int_a^b \langle \vec{F} | \vec{n} \rangle ds = \int_a^b \langle \vec{F}(\gamma(t)) | J(\gamma'(t)) \rangle dt$

Integrais de superfície

$$\text{Área}(S) = \iint_S dS = \iint_{\Omega} \|\psi_u \times \psi_v\| du dv =$$

$$\text{Fluxo} = \iint_{\Omega_0} \langle \vec{F} \circ \psi | \psi_u \times \psi_v \rangle du dv$$

$$\iint_S f dS = \iint_{\Omega_0} f \circ \psi(u, v) \cdot \|\psi_u \times \psi_v\| du dv$$

Equação homogênea:

$$\begin{aligned}a\lambda^2 + b\lambda + c &= 0 \\ ay'' + by' + cy &= 0\end{aligned}$$

Solução particular:

$$y_p = f(x) \cos(x) + g(x) \sin(x)$$

$$\begin{cases} f' = \frac{-\varphi_2 F}{aW} \\ g' = \frac{\varphi_1 F}{aW} \end{cases}$$

Equação linear de primeira ordem: $y' + p(x)y = f(x)$

$$y(x) = e^{-\int p(x) dx} \cdot [c + \int (f(x) e^{\int p(x) dx}) dx], c \in \mathbb{R} \text{ uma constante.}$$

Jacobina: A jacobina é o determinante da matriz Jacobiana. A última é a matriz cuja colunas são a derivada em relação às variáveis independentes das funções coordenadas da função dada.

I. Considere a integral $\int_0^1 \int_{y/2}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2} dx dy$

- a) **(0,5 ponto)** Qual a área da região sobre a qual a integral é feita?
- b) **(1,5 ponto)** Qual o valor da integral acima?

II. Considere o sólido Ω que se situa abaixo do parabolóide $z = 1 - (x^2 + y^2)$ e acima do plano $z = 1 - y$

- a. **(1 ponto)** Qual o valor da área da sombra de Ω sobre o plano- xy ?
- b. Qual o valor do volume de Ω ?

III. Considere o campo $F(x, y, z) = (x, y, z)$ e a superfície $S: z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0$ com densidade de massa igual a 3

- a. **(0,5 ponto)** Qual o valor da massa do fluxo do campo pela intersecção de S e o plano- xy ?
- b. Qual o valor da massa do fluxo do campo por S .

IV. Qual o valor da integral, percorrendo a curva no sentido positivo,

$$\oint_{\gamma} \left[\frac{y}{x^2 + y^2} dx + \frac{-x}{x^2 + y^2} dy \right] \quad ?$$

A curva em questão é o círculo de raio igual a 1 centrado em (0,0).

V. Qual a solução geral de cada uma das equações abaixo?

(a) **(1 ponto)** $y' + xy = x^2 + x + 1$

(b) $y'' + y' - 2y = e^x + x^2$

FOLHA EXTRA