

Questão 1

(2,5)

Um trem com comprimento próprio L_0 se desloca com uma velocidade $c/2$ em relação ao solo. Uma bala é atirada da traseira para a frente do trem, com uma velocidade de $c/3$ em relação ao trem.

(1,0): a) Qual é a velocidade da bala em relação ao solo.

Quanto tempo a bala leva para chegar à frente do trem e qual a distância que a bala percorre:

(0,5): b) No referencial do trem?

(0,5): c) No referencial do solo?

(0,5): d) No referencial da bala?

$$(a) v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}} \quad \text{onde } V = \frac{c}{2} ; v'_x = \frac{c}{3}$$

$$v_b = \frac{\frac{c}{3} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{cc}{2c^2 \cdot 3}} = \frac{\frac{5c}{6}}{1 + \frac{1}{6}} = \frac{5c}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{5c}{7}$$

$$(b) t = \frac{\Delta x}{v'_x} = \frac{L_0}{c/3} = \frac{3L_0}{c} ; \quad \Delta x = L_0$$

$$(c) \gamma(V) = \gamma(c/2) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{4c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta x = \frac{L_0}{\gamma(V)} = \frac{L_0 \sqrt{3}}{2} ;$$

Em um instante t , a posição da frente do trem é: $\frac{\sqrt{3}L_0}{2} + \frac{c}{2}t$, e a posição da bala é $v_b t$

. Essas duas posições são iguais quando: $\left(v_b - \frac{c}{2}\right)t = \frac{\sqrt{3}L_0}{2}$

$$\text{Portanto: } t = \frac{\frac{\sqrt{3}L_0}{2}}{\frac{5c}{7} - \frac{c}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}L_0}{2}}{\frac{3c}{14}} = \frac{7\sqrt{3}L_0}{3c}$$

(d) No referencial da bala, o trem caminha com velocidade $-c/3$.

$$\gamma(V) = \gamma(c/3) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{9c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

A distância que o trem caminha é: $\Delta x = \frac{L_0}{\gamma(V)} = \frac{2L_0\sqrt{2}}{3}$

O tempo necessário para a bala atingir a parte da frente do trem é:

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{L_0}{\gamma c/3} = \frac{2\sqrt{2}L_0}{3c/3} = \frac{2\sqrt{2}L_0}{c}$$

A distância percorrida pela bala no seu referencial é: $d=0$, porque a bala não se move neste referencial.

Questão 2

(2,5)

Um méson (π), de massa de repouso, $m_0 = 135 \text{ MeV}/c^2$ decai em dois fótons ($m_0=0$) e nada mais. Um méson de energia total 973 MeV decai e os dois fótons resultantes movem em direções opostas ao longo da linha de movimento do méson inicial.

(1,0): a) Qual é a energia cinética relativística e o momento relativístico do méson?

(1,0): b) Qual é a energia do fóton mais energético?

(0,5): c) O sentido de deslocamento deste fóton é no mesmo sentido do méson ou no sentido contrário? Justifique sua resposta.

(a) $E = K + m_0 c^2 = 973 - 135 = 838 \text{ MeV}$

$$p^2 c^2 = E^2 - (m_0 c^2)^2$$

$$p = \sqrt{\frac{E^2 - (m_0 c^2)^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{973^2 - 135^2}}{c} \quad \text{ou} \quad p = \sqrt{973^2 - 135^2} = 963,6 \frac{\text{MeV}}{c}$$

(b)

Conservação de Momento Relativístico:



$$p_a = p_d$$

$$p = p_1^{\text{Fóton}} - p_2^{\text{Fóton}} = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c}$$

$$pc = E_1 - E_2 \quad (1)_-$$

Conservação de energia:

$$E_a = E_d$$

$$E = E_1 + E_2 \quad (2)$$

Resolvendo o sistema de equações dados pelas Eqs (1) e (2) temos:

$$E_1 = \frac{E + pc}{2} = \frac{973 + 963.6}{2} = 968,3 \text{ MeV} = \text{fóton mais energético}$$

$$E_2 = \frac{E - pc}{2} = 4.7 \text{ MeV} \text{ fóton menos energético}$$

(c) O fóton mais energético está no mesmo sentido do méson, para a conservação do momento relativístico.

Questão 3

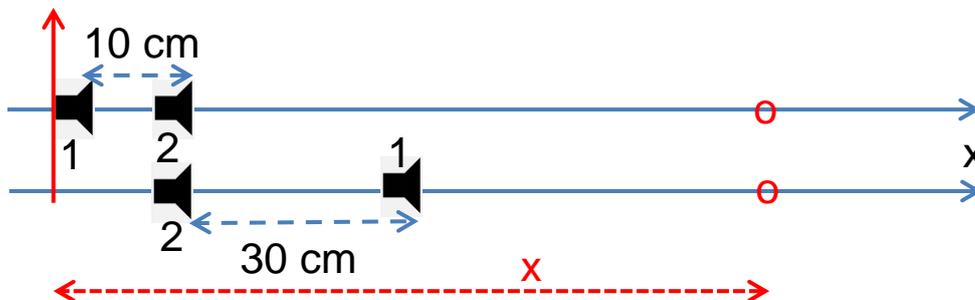
(2,5)

Dois alto falantes emitem ondas sonoras de mesma frequência ao longo do eixo x . A amplitude de cada onda é a . O alto falante 2 é fixo e o alto falante 1 movimenta-se livremente ao longo do eixo x , sendo que ambos emitem o som no sentido positivo deste eixo. A intensidade sonora é mínima quando o alto falante 1 está situado a 10 cm antes do outro. A intensidade aumenta quando o alto falante 1 movimenta-se para frente e alcança o máximo, com amplitude $2a$, quando está parado a 30 cm depois do alto falante 2. Calcule:

(1,0): a) O comprimento de onda do som.

(1,0): b) A diferença de fase entre os dois alto falantes.

(0,5): c) A amplitude dos sons se o alto falante 1 for colocado lado a lado com o outro alto falante.



(a) Para ir de interferência destrutiva para construtiva foi necessário um deslocamento do alto falante 1 correspondente a: $\Delta x = 40 \text{ cm} = \frac{\lambda}{2}$, o que corresponde a uma mudança de fase de π .

Portanto: $\lambda = 80 \text{ cm}$

Uma outra maneira de resolver, é adotar a origem na flecha vermelha e considerar:

$$u_1 = a \cos(kx - \omega t + \phi)$$

$$u_2 = a \cos(kx - \omega t)$$

Interferência destrutiva na posição x : $\phi + \frac{2\pi[x - (x - 10)]}{\lambda} = \pi$

$$\phi + \frac{20\pi}{\lambda} = \pi \quad (1)$$

Interferência construtiva: $\phi + \frac{2\pi[(x-40)-(x-10)]}{\lambda} = 0$

$$\phi - \frac{60\pi}{\lambda} = 0 \quad (2)$$

Subtraindo termo a termo nas Equações (1) e (2), temos que:

$$\frac{80\pi}{\lambda} = \pi$$

(a) $\lambda = 80 \text{ cm}$

Substituindo o valor de λ em (1), temos que:

$$\phi + \frac{20\pi}{80} = \pi$$

$$\phi = \frac{3\pi}{4}$$

(c) Com os alto falantes na mesma posição, a amplitude é dada por:

$$A^2 = a^2 + a^2 + 2a^2 \cos(\phi) = 2a^2 - 2a^2 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A^2 = 2a^2 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a^2 (2 - \sqrt{2})$$

$$A = a\sqrt{2 - \sqrt{2}} = 0.765 a$$

Questão 4**(2,5)**

Uma onda estacionária é observada em um fio fino de comprimento 3.00 m. A equação da onda é:

$$y(x,t) = 0.002 \sin(\pi x) \cos(100\pi t)$$

onde x, y em metros e t em segundos.

(0,5): a) Esta corda está oscilando em qual harmônico?

(1,0): b) Qual é a frequência fundamental de vibração da corda.

(1,0): c) Se a frequência original é mantida constante e a tensão na corda é aumentada por um fator 9, qual é o novo harmônico que esta corda oscila.

(a) Identificando os termos pela equação, temos: $k = \pi$; $\omega = 100\pi$

$$v_0 = \frac{\omega}{k} = 100 \text{ m/s} ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m}$$

Se a corda estiver com as duas extremidades presas, as ondas ressonantes são sempre tais que: $n \frac{\lambda}{2} = L$ ($n=1, 2, 3, \dots$). Como $L=3\text{m}$ e $\lambda=2\text{m}$, temos que:

$$n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad (\text{terceiro harmônico e corda com as duas extremidades presas})$$

$$(b) f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{1 \times 100}{2L} = \frac{100}{2 \times 3} = \frac{100}{6} = 16,7 \text{ Hz}$$

(c) A frequência angular original é: $\omega_3 = 100\pi \text{ Hz}$

$$\text{A nova velocidade na corda é: } v = \sqrt{\frac{9T}{\mu}} = 3\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 3v_0 = 300 \text{ m/s}$$

$$\text{O novo comprimento de onda é: } k = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{300} = \frac{\pi}{3}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 \text{ m}$$

$$\text{Portanto: } n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2 \times 3}{6} = 1 \quad (\text{Primeiro Harmônico})$$