Prova 3 - Física 2 (4302112) - IFUSP - Novembro de 2016 - Diurno

Nome: GABARITO Nº USP: ______ Turma/Prof.: ______

Questões

1. [1,5 ponto] Com relação a transformações termodinâmicas reversíveis sofridas por um gás genérico, avaliem como verdadeiras ou falsas as afirmações abaixo, **justificando** suas respostas.

(F) Para qualquer gás, a variação de energia interna durante a transformação é proporcional apenas à variação de temperatura.

Esse é um resultado válido apenas para gases ideais.

(V) Durante uma transformação isocórica, o trabalho realizado sobre o gás é nulo.

Uma transformação isocórica mantém o volume constante. Como $W = -\int P dV$, o trabalho é nulo.

(V) Durante uma expansão isobárica, a transferência de energia na forma de calor para o gás é maior que a variação na energia interna do gás.

Para uma expansão isobárica, temos $\Delta V > 0$, de modo que $W = -P\Delta V < 0$. Como $\Delta E_{int} = Q + W$, vale $Q = \Delta E_{int} - W = \Delta E_{int} + |W| > \Delta E_{int}$.

(F) Durante uma compressão isotérmica de um gás ideal, o trabalho realizado sobre o gás é positivo e igual à variação na energia interna do gás.

Em uma compressão isotérmica, temos de fato $W = -\int P dV > 0$, já que $V_f < V_i$. No entanto, a energia interna de um gás ideal não varia durante uma compressão isotérmica.

(V) Durante uma expansão adiabática, o gás pode realizar um trabalho positivo sobre o entorno, igual ao negativo da variação na energia interna do gás.

Durante uma expansão adiabática, não há transferência de energia na forma de calor para o gás, de modo que $\Delta E_{int} = W = -\int P dV < 0$, uma vez que $V_f > V_i$. No entanto, esse é o trabalho realizado sobre o sistema, igual ao negativo do trabalho realizado pelo sistema.

(0,3 ponto por item)

2. [1,5 ponto] Considerem um $\boxed{\text{gás ideal}}$ inicialmente confinado por uma partição à metade do volume total de um recipi cujas paredes são feitas de um material termicamente isolante. Na situação inicial, a outra metade do volume reservatório está evacuada. A partição é removida, e o gás pode expandir-se livremente, passando a ocupar todo o volun do recipiente. A respeito desse processo, classifique as afirmativas abaixo como verdadeiras ou falsas, **justificando** sua respostas.

(F) Durante o processo, o trabalho realizado pelo gás, embora não nulo, é compensado pela transferência de energia na forma de calor vinda do entorno.

Não há força exercida pelo gás sobre o entorno durante a expansão, logo não há trabalho. Além disso, em função das paredes isolantes, não há qualquer transferência de energia na forma de calor.

(V) A temperatura do gás ao final do processo é igual à temperatura do gás no início do processo.

Não havendo transferências de energia ao longo do processo, não há variação na energia interna do gás. Como para um gás ideal vale $\Delta E_{int} \propto \Delta T$, tampouco há variação na temperatura do gás.

(F) A temperatura do gás diminui ao longo do processo, já que, como ocorre uma expansão, o gás realiza trabalho sobre o entorno.

A temperatura do gás se mantém constante.

(F) Como não há transferência de energia na forma de calor durante qualquer etapa do processo, a variação de entropia do gás é nula, assim como a variação de entropia do entorno.

Trata-se de um processo que não ocorre de forma quase-estática, e portanto é irreversível. A variação de entropia não pode ser calculada como $\Delta S = \frac{Q}{T}$, que vale apenas para processos isotérmicos reversíveis.

(V) A variação de entropia do Universo durante o processo é positiva, porque ao final as moléculas do gás podem ocupar um maior volume.

Como não há troca de energia com o entorno, não há variação da entropia do entorno. Logo, a variação da entropia do Universo vem apenas da entropia do gás, ΔS. Esta é positiva, uma vez que há, mantida a temperatura, tanto mais microestados disponíveis para as moléculas do gás quanto maior é o volume que ocupam.

(0,3 ponto por item)

3. [1,0 ponto] Suponha que há uma única molécula de SF_6 dentro de uma garrafa de paredes rígidas contendo 1 mol de gás nitrogênio. Quais dos fatores abaixo têm influência importante sobre o caminho livre médio da molécula de SF_6 ? Para os itens que assinalar, explique como se dá a influência no espaço disponível.

( ) A temperatura do sistema.

(✓) O volume da garrafa.

(✓) O diâmetro da molécula de SF_6.

(✓) O diâmetro das moléculas de nitrogênio.

( ) A pressão no interior da garrafa.

O livre caminho médio ℓ da molécula de SF_6 (de raio efetivo r) pode ser estimado pelo seguinte argumento. Entre colisões, essa molécula não deve encontrar qualquer molécula de N_2 (de raio efetivo R), de modo que ela efetivamente reclama para si um volume equivalente ao de um cilindro de altura ℓ e base de raio $r+R$. Temos assim, supondo uma densidade homogênea de gás no equilíbrio,

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{\ell \cdot \pi (r+R)^2}.$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{1}{\frac{N}{V}\pi (r+R)^2}.$$

4. [1,0 ponto] Para um fluido simples, a partir da energia interna E_{int}, da entropia S, da temperatura T, do volume da pressão P podemos definir a entalpia H e as energias livres de Helmholtz, F, e de Gibbs, G, como

$$H = E_{\text{int}} + PV, \qquad F = E_{\text{int}} - TS, \qquad G = E_{\text{int}} - TS + PV.$$

Com relação a essas grandezas, classifique como verdadeiras ou falsas as afirmativas abaixo, **justificando** suas respostas.

(V) Em qualquer processo cíclico, as variações de H, F e G para um dado sistema são nulas entre o início e o final de cada ciclo.

H, F e G são combinações de funções e variáveis de estado, logo suas variações ao longo de um ciclo são nulas.

(V) Em um processo que ocorre a pressão constante e envolve uma variação de temperatura ΔT, a variação da entalpia de um gás ideal monoatômico contendo N moléculas é igual $\frac{5}{2}Nk_B\Delta T$.

$\Delta H = \Delta E_{int} + \Delta(PV) = \Delta E_{int} + P\Delta V$ (P constante).

$\Delta E_{int} = Q + W = Q - P\Delta V$ (P constante)

$\Delta H = Q = NC_P \Delta T \Rightarrow Q = \frac{5}{2} N k_B \Delta T$ (gás ideal monoatômico)

(F) Em um processo reversível que ocorre a entropia constante e envolve uma variação de temperatura ΔT, a variação na energia livre de Helmholtz de um gás ideal monoatômico contendo N moléculas é igual $\frac{3}{2}Nk_B\Delta T$.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta F = \Delta E_{int} + S\Delta T \text{ (S constante)} \\ \Delta E_{int} = T\Delta S + W = W \end{array}\right\} \Delta F = W + S\Delta T \neq \Delta E_{int}$$

(V) Em um processo reversível que ocorre a pressão e temperatura constantes, a energia livre de Gibbs não varia.

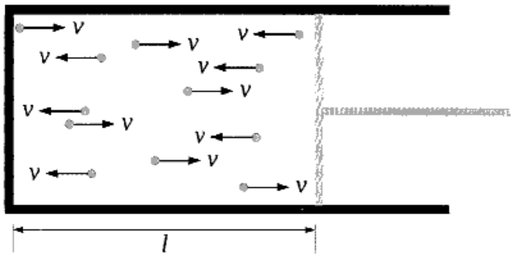
$$\left.\begin{array}{l} \Delta G = \Delta E_{int} - T\Delta S + P\Delta V \\ \Delta E_{int} = T\Delta S - P\Delta V \end{array}\right\} \Delta G = 0$$

0,25 ponto por item

Problemas

ATENÇÃO: na resolução dos problemas, procure indicar com clareza os passos que seguir, fazendo uso do espaço também disponível no verso das folhas.

1. [2,0 pontos] Em um modelo grosseiro de um gás ideal, N partículas de massa m movem-se no interior de um recipiente, com seus movimentos limitados à direção horizontal, conforme indicado na figura. Todas as partículas têm rapidez inicial v e efeitos gravitacionais podem ser desprezados. Na extremidade direita do recipiente, há um pistão móvel, de área de superfície A, a partir do qual é possível regular o volume do gás. Todas as paredes do recipiente, assim como o pistão, são termicamente isolantes, e todas as colisões das partículas com as paredes e o pistão podem ser consideradas elásticas. Sendo l a distância entre o pistão e a extremidade esquerda do recipiente, as respostas aos itens abaixo devem ser dadas apenas em função de l, A, N, m e v.



0,4 (a) Calcule o tempo médio entre colisões consecutivas de uma dada partícula com o pistão.

0,4 (b) Calcule a variação de momento de uma única partícula ao colidir com o pistão.

0,4 (c) Calcule a força média exercida por todas as partículas sobre o pistão ao longo de um tempo muito maior que aquele calculado no item (a).

0,2 (d) Calcule a pressão média das partículas sobre o pistão.

0,6 (e) Caso o pistão passasse a ser lenta mas continuamente deslocado para a esquerda, o que aconteceria com a energia cinética das partículas? (Suponha que as colisões continuem elásticas no referencial do pistão.) O que isso indica que ocorreria com a temperatura de um gás submetido a esse processo? **Justifique sua resposta.**

(a) $2l = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2l}{v}$

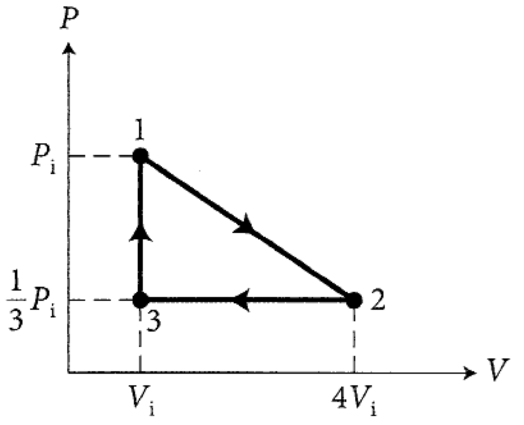
(b) $\Delta p = -mv - (mv) = -2mv$

(c) $\bar{F} = -N\frac{\Delta p}{\Delta t} = N\frac{2mv}{2l}v = N\frac{mv^2}{l}$

(d) $P = \frac{F}{A} = \frac{Nmv^2}{lA}$

(e) Se $-u$ é a velocidade do pistão, temos, no referencial do pistão, partículas incidindo com $v+u$ e sendo rebatidas com $-(v+u)$, o que significa que, no referencial do recipiente, a velocidade das partículas após a colisão é $-v-2u$, com módulo maior que a velocidade de incidência. A energia cinética das moléculas aumenta. No caso de um gás "real", isso levaria ao aumento da temperatura.

2. [3,0 pontos] No ciclo termodinâmico mostrado na figura abaixo, todos os trechos são lineares no diagrama P-V, com o trecho entre os estados 2 e 3 ocorrendo a pressão constante e o trecho entre os estados 3 e 1 ocorrendo a volume constante. A pressão e o volume no estado 1 são (P_i, V_i), e as coordenadas dos demais estados estão indicadas na figura. Considere que o gás submetido ao ciclo tenha calores específicos $C_V = \frac{3}{2}k_B$ (volume constante) e $C_P = \frac{5}{2}k_B$ (pressão constante), e forneça para os itens abaixo respostas que não dependam de outras grandezas que não k_B, P_i, V_i e do número N de moléculas no gás. Certifique-se de que os sinais das respostas nos itens (b) a (f) sejam consistentes com sua expectativa física sobre o sentido dos fluxos de energia no trecho.



0,5 ponto por item

(a) Determine as coordenadas de pressão, volume e temperatura para os estados 1, 2 e 3.

(b) Para o trecho entre os estados 1 e 2, determine o trabalho realizado sobre o gás.

(c) Para o trecho entre os estados 2 e 3, determine a variação de energia interna do gás.

(d) Para o trecho entre os estados 3 e 1, determine a transferência de energia na forma de calor para o gás.

(e) Calcule a variação de entropia do gás entre os estados 2 e 3. Você **não deve** utilizar uma função já pronta, mas sim explicitar seu cálculo a partir da definição $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$.

(f) Para o ciclo completo, diga se cada uma das grandezas abaixo é positiva, negativa ou nula, justificando sua resposta. Não é necessário calcular valores, mas apenas oferecer argumentos físicos.

- A variação de energia interna.
- O trabalho líquido realizado sobre o sistema.
- A transferência líquida de energia para o sistema. (deveria haver a especificação "na forma de calor")
- A variação de entropia.

(a) 1: $(P_i, V_i, P_iV_i/Nk_B)$ 2: $(\frac{1}{3}P_i, 4V_i, \frac{4}{3}P_iV_i/Nk_B)$

3: $(\frac{1}{3}P_i, V_i, \frac{1}{3}P_iV_i/Nk_B)$

(b) $$W_{1\to 2} = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV = -\left[\frac{1}{2}(P_1 - P_2)\times(V_2 - V_1) + P_2\cdot(V_2 - V_1)\right]$$

$$= -\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\cdot(V_2 - V_1) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{\cancel{3}}P_i\cdot\cancel{3}V_i = \boxed{-2P_iV_i}$$

(c) $\Delta E_{2\to3} = E_3 - E_2 = NC_V T_3 - NC_V T_2$

$$= \frac{3}{2}\left(Nk_B T_3 - Nk_B T_2\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}P_iV_i - \frac{4}{3}P_iV_i\right)$$

$$= \boxed{-\frac{3}{2}P_iV_i}$$

(d) Como se trata de um processo a volume constante, temos $Q_{3\to1} = \Delta E_{3\to1} = E_1 - E_3 = \frac{3}{2}Nk_BT_1 - \frac{3}{2}Nk_BT_3$

$$Q_{3\to1} = \frac{3}{2}\left(P_iV_i - \frac{1}{3}P_iV_i\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}P_iV_i = \boxed{P_iV_i}$$

(e) $\Delta S_{2\to3} = \int_2^3 \frac{dQ}{T} = \int_2^3 \frac{dE_{int} + PdV}{T} = NC_V\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT}{T} + Nk_B\int_{V_2}^{V_3}\frac{dV}{V}$

$$= \frac{3}{2}Nk_B \ln\frac{T_3}{T_2} + Nk_B\ln\frac{V_3}{V_2}$$

$$= \frac{3}{2}Nk_B\ln\frac{1}{4} - Nk_B\ln 4$$

$$\boxed{= -\frac{5}{2}Nk_B\ln 4 = \frac{5}{2}Nk_B\ln\left(\frac{1}{4}\right)}$$

também $5Nk_B\ln\frac{1}{2} = -5Nk_B\ln 2$

(f) – A variação da energia interna é nula, uma vez que a energia interna é uma função de estado.

– O trabalho líquido realizado sobre o sistema é negativo, uma vez que corresponde ao negativo da integral de PdV ao longo das várias etapas, e na etapa de expansão o trabalho realizado tem módulo maior que na etapa de compressão.

– A transferência líquida de energia na forma de calor para o sistema é positiva, uma vez que, pela 1ª lei da termodinâmica, deve corresponder ao negativo do trabalho líquido realizado sobre o sistema

– Como entropia é função de estado, sua variação em um ciclo é nula.