Provinha 1 - Física 2 (4302111) - IFUSP - Agosto de 2016 - Diurno

Nome:______________________________ Nº USP: __________ Turma/Prof.:__________________

1(a): [2,0] Associe cada função do tempo à sua descrição conceitual e complete com a equação e a descrição faltantes - assuma que as letras maiúsculas e gregas representam constantes no tempo.

$$x_1(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(A_1 + B_1 t) \tag{1}$$

$$x_2(t) = A_2 \sin(\omega_0 t) + B_2 \cos(\omega_0 t) \tag{2}$$

$$x_3(t) = A_3 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega_3 t + \varphi_3) \tag{3}$$

____

$$x_4(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(A_4 e^{-\frac{\beta}{2}t} + B_4 e^{\frac{\beta}{2}t}) \tag{4}$$

$$x_5(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) \tag{5}$$

$$x_6(t) = x_5(t) + x_1(t) \tag{6}$$

$$F(t) = F_0 \cos(\omega t) \tag{7}$$

(2) Solução geral do oscilador harmônico simples.

(6) Solução geral do oscilador harmônico amortecido em regime crítico com força externa harmônica.

(3) Solução geral do oscilador harmônico sub-amortecido.

(7) Força externa harmônica.

(5) Solução particular do oscilador harmônico amortecido com força harmônica.

(1) Solução geral do oscilador harmônico em regime de amortecimento crítico.

(4) Solução geral do oscilador harmônico super-amortecido.

1(b) [1,0] Qual das funções anteriores é a solução geral da equação diferencial: $m\frac{d^2x}{dt^2} + \rho\frac{dx}{dt} + kx = 0$, quando $k = \frac{\rho^2}{4m}$?

Resp.: (1). $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho^2}{4m^2}} = \frac{\rho}{2m} = \frac{\gamma}{2}$: Amortecimento Crítico.

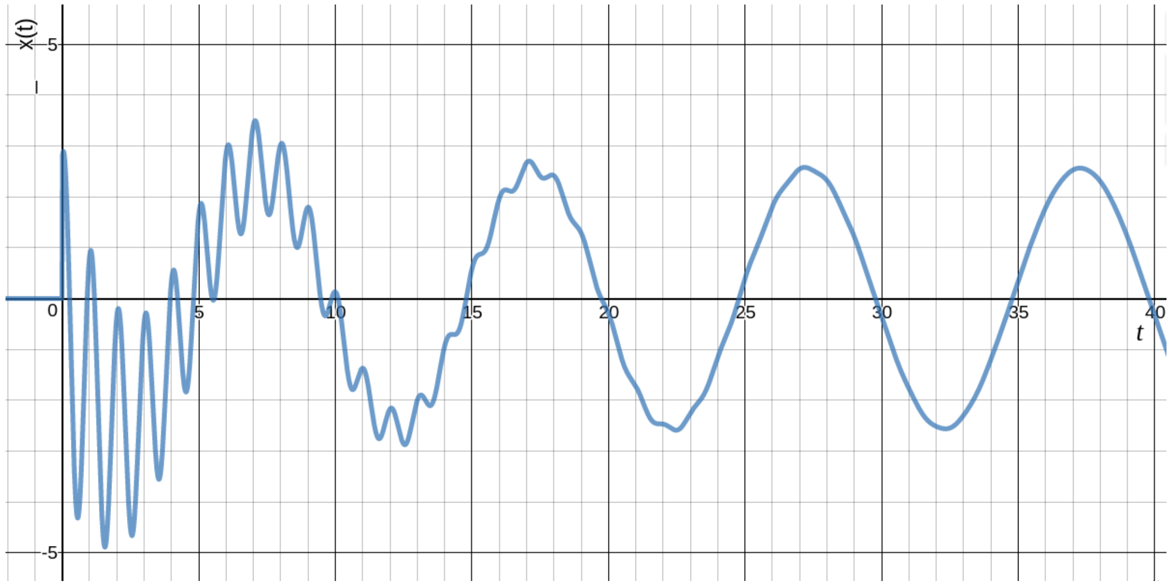
1(c) [1,0] Determine as constantes características (representadas por letras gregas) dessa solução, em função dos parâmetros da equação diferencial: massa, coeficiente da força viscosa, e constante elástica da mola.

$\gamma = \frac{\rho}{m}$ (crítico: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\gamma}{2}$, cf. 1(b))

1(d) [1,0] Determine as constantes de integração da solução, dadas as condições iniciais: $x_0 = 1$ m; $v_0 = 0$ m/s, dado $\gamma = 2$ s^{-1}. Não esqueça das unidades.

$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{\gamma}{2}x(t) + Be^{-\frac{\gamma}{2}t}$; $x(0) = x_0 = A_1 = 1$ m; $v(0) = v_0 = -\frac{\gamma}{2}x_0 + B = -\frac{\gamma}{2} + B = 0$ m/s; $B = \frac{\gamma}{2} = 1/\text{s}$.

2 A figura abaixo ilustra a posição em função do tempo $x(t)$ de um oscilador amortecido harmonicamente forçado de massa $m = 1$kg. Assuma que todas as unidades da questão estão no S.I.



(a) [3,0] Qual é o melhor conjunto de parâmetros característicos (frequência natural ω_0 e fator de amortecimento γ) desse sistema e a frequência angular da força externa (ω) que se poderia estimar deste gráfico? **Explicite seu raciocínio.**

(X) $\omega_0 = 2\pi; \gamma = 0,36; \omega = \frac{\pi}{5}$. Freq. angular: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Do gráfico: Transiente (amort. fraco $\gamma < 2\omega_0$)- Período $T_t = 1$ s; $\omega_0 \approx \frac{2\pi}{T_t} = 2\pi$; Estacionária- Período $T_e = 10$ s; $\omega = \frac{2\pi}{T_e} = \frac{\pi}{5}$. Estimando $\tau = \frac{2}{\gamma}$ do intervalo para que a amplitude da transiente caia a 1/e (aprox. 1/3 - vide, por exemplo, t=1.5 s e t=8 s): $\gamma \sim 0.31$/s.

( ) $\omega_0 = 2\pi; \gamma = 10; \omega = \frac{\pi}{5}$.

( ) $\omega_0 = \pi; \gamma = 10; \omega = \frac{\pi}{5}$.

( ) $\omega_0 = 1; \gamma = 10; \omega = 10$.

( ) $\omega_0 = \pi; \gamma = 0,36; \omega = \frac{\pi}{5}$.

( ) $\omega_0 = 1; \gamma = 0,36; \omega = 10$.

(b) [2,0] Qual seria, grosso modo, a frequência de ressonância desse sistema? **Justifique**.

( ) 0,6

( ) 1

(X) 6 - A ressonância ocorre próximo da freq. natural $\omega_0 \approx 2\pi \approx 6$/s

( ) 10

( ) Outro valor de ordem de grandeza bem diferente destas opções: _____