Informação

Atenção:

- A questão 3 pode ser entregue separadamente até as 23:55 de hoje, através do link apropriado.
- Justifique sucintamente as respostas com frases curtas e/ou deduções, esquemas, desenhos, etc. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Os resultados das integrais mais complicadas estão no formulário abaixo (obviamente, não é necessário mostrar que sabe resolvê-las!). Se você caiu em alguma integral difícil que não está no formulário, as chances de que você cometeu algum erro são altas.
- Peço o favor de enviar a prova digitalizada em formato pdf (dica: use o aplicativo "Easy Scanner" para smartphones).
- A prova terá duração de 1 hora e 40 minutos, mais 20 minutos para escanear e carregar a versão digitalizada da prova. Há possibilidade de prorrogação por mais alguns minutos, não mais que 20 minutos.
- A prova tem um valor total de 10,5 pontos.
- Dica: resolva primeiro as questões que achar mais fáceis!
- A prova é individual. Entretanto, é permitida consulta a livros, slides de aulas, e demais materiais didáticos.
- Se surgirem problemas de envio da prova através do moodle, a mesma pode ser enviada por email (higa@if.usp.br) até o horário-limite.

Formulário:

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}\theta d\theta = \int_0^{2\pi} \cos\theta d\theta = 0\,,$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2\theta d\theta = \left.\frac{2\theta + \operatorname{sen}(2\theta)}{4}\right|_0^{2\pi} = \pi\,, \qquad \int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2\theta d\theta = \left.\frac{2\theta - \operatorname{sen}(2\theta)}{4}\right|_0^{2\pi} = \pi\,,$$

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}\theta\cos\theta d\theta = -\left.\frac{\cos(2\theta)}{4}\right|_0^{2\pi} = 0\,, \qquad \int \sec\theta d\theta = \ln(\sec\theta + \tan\theta)\,,$$

$$\int \frac{r}{(r^2+A^2)^{3/2}}dr = -\frac{1}{(r^2+A^2)^{1/2}}\,, \qquad \int \frac{r}{(r^2+A^2)^{1/2}}dr = (r^2+A^2)^{1/2}\,,$$

$$\int \frac{1}{(r^2+A^2)^{3/2}}dr = \frac{r}{A^2(r^2+A^2)^{1/2}}\,, \qquad \int \frac{r^3}{(r^2+A^2)^{3/2}}dr = \frac{2A^2+r^2}{(r^2+A^2)^{1/2}}\,.$$

$$\int \frac{dr}{r^n} = -\frac{1}{(n-1)r^{n-1}}\,, \qquad \int r^n\,dr = \frac{r^{n+1}}{(n+1)}\,,$$

$$\vec{\nabla} = \left\langle \frac{\partial}{\partial x}\,;\ \frac{\partial}{\partial y}\,;\ \frac{\partial}{\partial z} \right\rangle\,.$$

Elemento de volume em coordenadas esféricas: $dV = r^2\operatorname{sen}\theta\,dr\,d\theta\,d\phi\,,$

Elemento de volume em coordenadas cilíndricas: $dV = r\,dr\,d\theta\,dz\,.$

Lei de Coulomb: $\vec{F}_{1\text{ em }2} = \dfrac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{(\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3} = q_2\,\vec{E}_1\,.$

Lei de Gauss elétrica: $\oiint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dS = \iiint_V \dfrac{\rho}{\epsilon_0}dV \quad \text{ou} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \dfrac{\rho}{\epsilon_0}\,.$

Lei de Ohm: $V = RI \quad \text{ou} \quad \varepsilon - V = R_b I \quad \text{ou} \quad \vec{j} = \sigma\vec{E} = \dfrac{\vec{E}}{\rho}\,.$

$$\tau_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot d\vec{r}\,, \quad U(r) = -\int_\infty^r \vec{F}\cdot d\vec{r}\,, \quad V(r) = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{r}\,, \quad \frac{dU}{dV} = \frac{\epsilon_0|\vec{E}|^2}{2}\,.$$

Questão **1**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Obs: o enunciado desta questão serve como complemento ao formulário. Dadas duas funções escalares $f(r)$ e $g(r)$, sendo r o módulo do vetor posição $\vec{r}$ (coordenadas esféricas), demonstre as seguintes identidades:

(a) [0,5] $\vec{\nabla} f(r) = \dfrac{df(r)}{dr}\,\dfrac{\vec{r}}{r} = \dfrac{df(r)}{dr}\,\hat{r}\,;$

(b) [0,5] $\vec{\nabla} \cdot \left[g(r)\,\vec{r}\right] = \vec{\nabla} \cdot \left[g(r)\,r\,\hat{r}\right] = r\dfrac{dg(r)}{dr} + 3g(r)\,.$

Consegui responder [ ] essa questão.

Questão **2**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Considere uma distribuição de carga com simetria esférica, centrada na origem de um sistema de coordenadas, cujo potencial eletrostático é dado por

$$V(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}\, e^{(r-R)/R}\,, & \text{se} \quad r \leq R\,, \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\,, & \text{se} \quad r \geq R\,. \end{cases}$$

(a) [1,0] Obtenha o **vetor** campo elétrico correspondente, tanto para $r \leq R$, quanto para $r \geq R$.

(b) [1,0] Obtenha a densidade de carga correspondente, tanto para $r \leq R$, quanto para $r \geq R$.

(c) [0,5] Considere uma partícula puntiforme com carga $2Q$ aproximando-se frontalmente desta distribuição de carga. Determine a energia potencial e a força que essa partícula sente, quando está numa posição r' genérica.

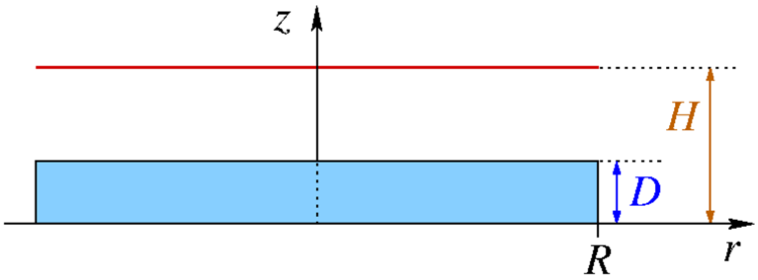
(d) [1,0] Qual deve ser a energia mínima da partícula puntiforme para que a mesma consiga penetrar na região $r \leq R$? Se a energia da partícula puntiforme ficasse abaixo dessa energia, seu movimento dependeria da distribuição de carga obtida no item (b)? Justifique.

Consegui responder [ ]% dessa questão.

Questão **3**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).



Considere o capacitor da figura acima, formado por um disco dielétrico (azul) de raio R e espessura D, e um disco metálico (vermelho) com mesmo raio e espessura desprezível. O disco dielétrico está apoiado no plano xy de um sistema de coordenadas, e o disco metálico, paralelo ao primeiro disco, a uma altura $z = H$. Os dois discos estão concêntricos ao eixo z. **Atenção:** as distâncias D e H são extremamente menores que R, mas estão exagerados na figura para facilitar a visibilidade. O disco dielétrico possui carga total positiva $+Q$, com densidade volumétrica de carga dada por $\rho = 2\alpha \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{z}{D}\right)^2\right]$. O disco metálico possui carga negativa $-Q$ e densidade superficial de carga, em módulo, dada por $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$.

(a) [1,0] Explique com palavras, mas sem fazer contas, como obter o campo elétrico nas regiões $z < 0$, $0 < z < D$, $D < z < H$ e $z > H$. Identifique em sua resposta as aproximações e simetrias do problema, as superfícies gaussianas adotadas, e os vetores normais a essas superfícies.

(b) [1,0] Obtenha o vetor campo elétrico nas quatro regiões acima mencionadas, substituindo α por σ.

(c) [1,0] Calcule a diferença de potencial eletrostático entre os planos $z = 0$ e $z = H$, em termos de D e H.

(d) [0,5] A partir do resultado anterior, obtenha a capacitância desse capacitor.

Consegui responder ______ % dessa questão.

Questão **4**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

[1,0] Determine se o campo vetorial abaixo é conservativo:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \alpha \langle r;\, r;\, r \rangle \ ,$$

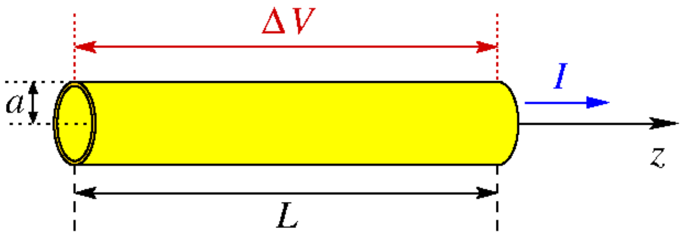
sendo $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Consegui responder ______ essa questão.

Questão **5**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).



Um pedaço de fio, com resistividade ρ, seção transversal circular de raio a e comprimento L, é submetido a uma diferença de potencial ΔV, fazendo surgir uma corrente I tal como ilustra a figura acima.

(a) [0,5] Com o auxílio da lei de Ohm microscópica, escreva a expressão para o **vetor** campo elétrico em termos dos dados do problema.

(b) [0,5] Obtenha ΔV a partir da expressão do campo elétrico obtido no item anterior. Explique o significado do sinal obtido.

(c) [0,5] Determine a expressão da resistência do fio, em termos dos dados do problema.

Consegui responder [ ] essa questão.

Questão **6**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Escaneie a resolução de suas questões e insira o documento eletrônico no campo abaixo. Caso necessário, deixe seu comentário ou observação na caixa de texto.

Tamanho máximo para novos arquivos: 100Mb

Arquivos

Você pode arrastar e soltar arquivos aqui para adicioná-los.

◄ Questionário da aula 25 | Seguir para... | Questionário da aula 26 ►