Informação

Atenção:

- A questão 1 pode ser entregue separadamente até as 23:55 de hoje, através do link apropriado.
- Justifique sucintamente as respostas com frases curtas e/ou deduções, esquemas, desenhos, etc. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Os resultados das integrais mais complicadas estão no formulário abaixo (obviamente, não é necessário mostrar que sabe resolvê-las!). Se você caiu em alguma integral difícil que não está no formulário, as chances de que você cometeu algum erro são altas.
- Peço o favor de enviar a prova digitalizada em formato pdf (dica: use o aplicativo "Easy Scanner" para smartphones).
- A prova terá duração de 1 hora e 40 minutos, mais 20 minutos para escanear e carregar a versão digitalizada da prova. Há possibilidade de prorrogação por mais alguns minutos, não mais que 20 minutos.
- A prova tem um valor total de 11,0 pontos.
- Dica: resolva primeiro as questões que achar mais fáceis!
- A prova é individual. Entretanto, é permitida consulta a livros, slides de aulas, e demais materiais didáticos.
- Se surgirem problemas de envio da prova através do moodle, a mesma pode ser enviada por email (higa@if.usp.br) até o horário-limite.

Formulário:

$$\int \mathrm{sen}(\alpha r)dr = -\frac{\cos(\alpha r)}{\alpha}\,, \qquad \int \cos(\alpha r)dr = \frac{\mathrm{sen}(\alpha r)}{\alpha}\,,$$

$$\int r\,\mathrm{sen}(\alpha r)dr = \frac{\mathrm{sen}(\alpha r)}{\alpha^2} - \frac{r\cos(\alpha r)}{\alpha}\,, \qquad \int r\,\cos(\alpha r)dr = \frac{\cos(\alpha r)}{\alpha^2} + \frac{r\,\mathrm{sen}(\alpha r)}{\alpha}\,,$$

$$\int \sec\theta d\theta = \ln(\sec\theta + \tan\theta)\,,$$

$$\int \frac{r}{(A-r)^2}dr = \frac{A}{(A-r)} + \ln(A-r)\,, \qquad \int re^{-\alpha r}dr = -\frac{re^{-\alpha r}}{\alpha^2} - \frac{e^{-\alpha r}}{\alpha}\,,$$

$$\int \frac{1}{(A^2+r^2)^{3/2}}dr = \frac{r}{A^2(A^2+r^2)^{1/2}}\,, \qquad \int \frac{r}{(A^2+r^2)^{3/2}}dr = -\frac{1}{(A^2+r^2)^{1/2}}\,,$$

$$\int \frac{dr}{r^n} = -\frac{1}{(n-1)r^{n-1}}\,, \qquad \int r^n\,dr = \frac{r^{n+1}}{(n+1)}\,,$$

$$\vec{\nabla} = \left\langle \frac{\partial}{\partial x}\,;\,\frac{\partial}{\partial y}\,;\,\frac{\partial}{\partial z} \right\rangle\,.$$

Leis de Gauss: $\oiint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dS = \iiint_V \frac{\rho}{\epsilon_0}dV$ ou $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ e $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0\,.$

Lei de Ampère-Maxwell: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \iint_S \mu_0\left[\vec{j} + \epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right]\cdot\hat{n}\,dS$ ou $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\left[\vec{j} + \epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right]\,.$

Lei de Faraday: $\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dS$ ou $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\,.$

Força de Lorentz: $\vec{F} = q\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right]\,.$

Equação da continuidade: $\oiint_S \vec{j}\cdot\hat{n}\,dS = -\iiint_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV$ ou $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}\,.$

Lei de Ohm: $V = RI$ ou $\varepsilon - V = R_b I$ ou $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}$ ou $\vec{j} = \frac{\vec{f}_e}{(-e)\rho}\,.$

Lei de Biot-Savart: $d\vec{B}(\vec{r}_P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}d\vec{\ell}\times\frac{(\vec{r}_P - \vec{r}_I)}{|\vec{r}_P - \vec{r}_I|^3}\,.$

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -L\frac{dI}{dt}\,, \qquad U_B = \frac{L}{2}I^2 = \iiint \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0}dV = -\int \varepsilon_{\text{ind}}\,I\,dt\,.$$

Elemento de volume em coordenadas esféricas: $dV = r^2\,\mathrm{sen}\,\theta\,dr\,d\theta\,d\phi\,,$

Elemento de volume em coordenadas cilíndricas: $dV = r\,dr\,d\theta\,dz$.

Constantes numéricas:
$g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}\,, \quad k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9\times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}\,, \quad \epsilon_0 \approx 9\times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\,m^2)}\,.$

Questão **1**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Uma espira quadrada de lado L, formada por um fio condutor com resistividade ρ e seção transversal S_e, afasta-se de um fio infinito e retilíneo no qual se passa uma corrente I_0 constante, o que faz surgir uma corrente I_e na espira.

No referencial do fio (fio parado), localizado ao longo do eixo z, a expressão para o campo magnético é dada por $\vec{B}(r) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\,\hat{\theta}$, sendo $\hat{\theta} = \langle -\operatorname{sen}\theta;\ \cos\theta;\ 0\rangle$ (coordenadas cilíndricas). A espira afasta-se do fio com velocidade constante $+v_0\hat{y}$. O plano da espira coincide com o plano yz.

No referencial da espira (espira parada), com seu centro geométrico na origem, o fio afasta-se da espira com velocidade $-v_0\hat{y}$.

Considere o instante t_0 em que a distância entre o fio e o centro geométrico da espira é de $y(t_0) = a + L/2$.

Dados do problema: L, ρ, S_e, I_0, μ_0, v_0, t_0 e a.

(a) [1,0] No referencial do fio, a partir da lei de Ohm generalizada, obtenha o **vetor** campo elétrico no interior do fio em cada lado da espira, apenas em termos dos dados do problema. Que condição matemática esses campos elétricos devem satisfazer, e qual a sua justificativa física?

(b) [1,0] No referencial do fio, obtenha a corrente que circula na espira na situação do enunciado, apenas em termos dos dados do problema.

(c) [1,0] No referencial da espira, obtenha os campos (**vetores!**) que atuam no interior do fio em cada lado da espira, apenas em termos dos dados do problema. Que condição matemática esses campos elétricos devem satisfazer, e qual a sua justificativa física?

(d) [1,0] No referencial da espira, obtenha a corrente que circula na espira na situação do enunciado, apenas em termos dos dados do problema.

Consegui responder [ ] essa questão.

Questão **2**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

[1,0] Uma espira plana, aproximadamente (mas não exatamente) circular, de raio \(a\) e resistência \(R\), com centro na origem de um sistema de coordenadas e sobre o plano \(xy\), produz um campo magnético bastante complicado ao ser percorrida por uma corrente \(I\), mas que pode ser aproximado por

\(\displaystyle\vec B(x,y,0)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[1+\alpha\left(\frac{r}{a}\right)^5\right]\hat k\)

sendo \(\alpha\) um parâmetro geométrico e \(r=\sqrt{x^2+y^2}\) a distância radial em coordenadas cilíndricas. Obtenha a auto-indutância dessa espira, considerando a expressão acima para \(\vec B(r)\) e a geometria circular da espira.

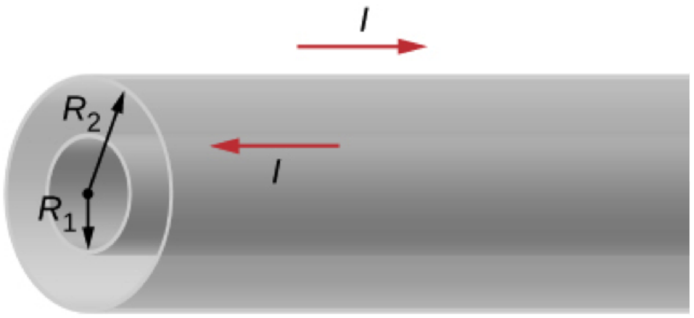
Consegui responder [ ] % dessa questão.

Questão **3**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Um cabo coaxial com comprimento bastante longo é formado por duas cascas cilíndricas, com raios $R_1=3\,{\rm cm}$ e $R_2=9\,{\rm cm}$. Cada casca é percorrida por uma corrente que varia com o tempo, com intensidade dada por $\displaystyle I(t)=2\,\cos(7t)$, em unidades do SI, e sentidos dados pela figura abaixo. As cascas são concêntricas ao eixo z de um sistema de coordenadas, com sentido positivo da esquerda para a direita na figura.



(a) [1,0] Obtenha o **vetor** campo magnético nas regiões $r<R_1$, $R_1 < r < R_2$ e $r > R_2$.

(b) [1,0] Obtenha a energia armazenada pelo campo magnético por unidade de comprimento.

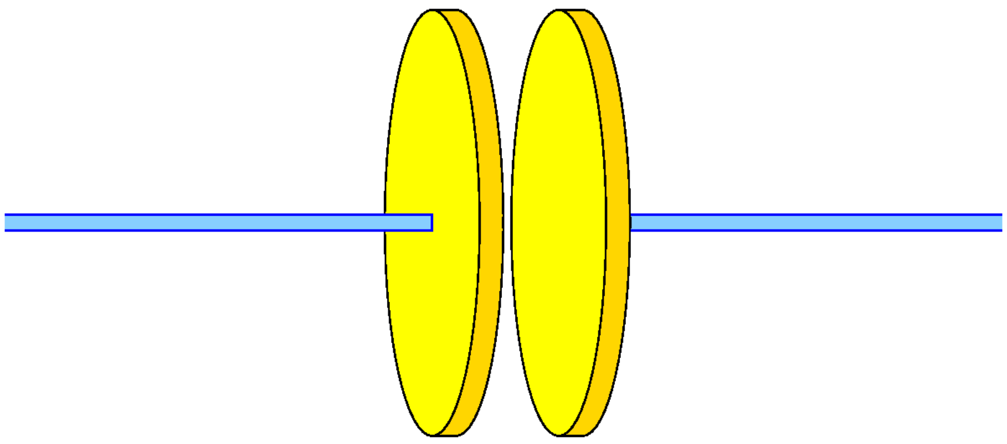
(c) [0,5] Partindo do resultado do item anterior, obtenha a auto-indutância do cabo coaxial por unidade de comprimento.

Consegui responder [   ] % dessa questão.

Questão **4**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).



Um capacitor é formado por dois discos metálicos, paralelos, de raio a, espessura $\ell/4$ e separados pela distância $\ell\ll a$. O capacitor é ligado a uma fonte de tensão alternada por meio de fios condutores. Na região próxima do capacitor, os fios estão dispostos de forma a coincidirem com o eixo z de um sistema de coordenadas. As faces internas dos discos estão em $z=-\ell/2$ e $z=+\ell/2$, e o eixo z coincidindo com seus respectivos eixos de simetria (figura acima). Em um dado instante, os discos possuem cargas $+q(t)$ e $-q(t)$, tais que $q(t)=3\,{\rm sen}\,(8 t+\pi/2)$, em unidades do SI.

(a) [1,0] Partindo da lei de Gauss elétrica, obtenha o **vetor** campo elétrico entre as placas do capacitor, em função do tempo (e das constantes $\epsilon_0,\;\mu_0$). Descreva a superfície gaussiana utilizada e as aproximações envolvidas.

(b) [1,0] Obtenha o **vetor** campo magnético na região entre as placas do capacitor, em função do tempo (e das constantes $\epsilon_0,\;\mu_0$).

(c) [1,0] Determine a corrente que passa pelo fio, em função do tempo (e das constantes $\epsilon_0,\;\mu_0$).

(d) [0,5] Faça dois (ou mais) desenhos, nos instantes $t=0$ e $\displaystyle t=\frac{\pi}{16}$, ilustrando as direções e sentidos dos campos elétrico e magnético entre as placas do capacitor.

Consegui responder [   ] % dessa questão.

Questão **5**

Ainda não respondida

Vale 1,00 ponto(s).

Escaneie a resolução de suas questões e insira o documento eletrônico no campo abaixo. Caso necessário, deixe seu comentário ou observação na caixa de texto.

Tamanho máximo para novos arquivos: 100Mb

Arquivos

Você pode arrastar e soltar arquivos aqui para adicioná-los.

◄ Questionário da aula 42

Seguir para...