



Prova 2 – 25/06/2014 – Justifique todas as suas respostas.
TOTAL DE 11 PONTOS (ESCOLHA AS QUE VOCES SABEM FAZER)

Nome: _____ Nº USP _____

1. Considere uma partícula de massa m sob o efeito de um potencial da forma:

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x \leq L \\ +\infty & \text{se } x > L \end{cases}$$

- a) (0,5) Esboce o gráfico deste potencial e escreva a equação de Schrödinger dependente do tempo.
- b) (0,5) Escreva as condições de contorno para a função de onda independente do tempo deste sistema
- c) (0,5) Determine as soluções gerais do problema. Justifique suas repostas
- c) (0,5) Aplique as condições de contorno e prove que a função de onda do estado fundamental satisfaz a solução da equação de Schrödinger:

$$\psi_{\text{fundamental}}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{L} x$$

- d) (1,0) Determine o valor esperado de p e p^2 para este estado fundamental
- e) (0,5) Determine a energia do estado fundamental



2. O diâmetro típico de um núcleo é de $\sim 10^{-14}$ m.
- a) (1,0) Use o poço de potencial infinito para calcular as energias dos estados do próton confinado no núcleo do estado fundamental até o 4º estado excitado, justifique o uso de

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$$

- b) (0,5) Um fóton é emitido a cada decaimento, determine as energias de transições do estado excitado até o estado fundamental faça o diagrama de decaimento?
- c) (0,5) Calcule os comprimentos de onda destes fótons produzidos por estas transições de energia



3. Considere uma partícula de massa m sob o efeito de um potencial da forma:

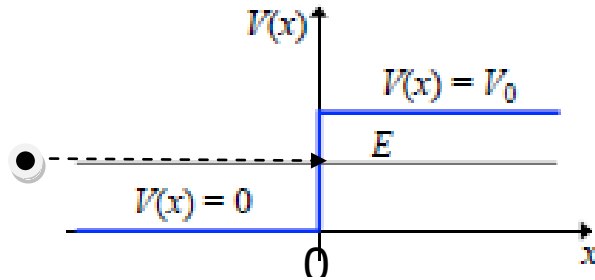
$$V(x) = \begin{cases} +\infty & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x \leq L \\ V_0 & \text{se } x > L \end{cases}$$

Seja a energia do sistema $E < V_0$,

- (0,5) Esboce o gráfico e escreva a equação de Schrödinger dependente do tempo.
- (1,0) Determine as soluções gerais do problema separando por regiões e usando as condições de contorno.
- (0,5) Discuta o significado da função de onda para $x < 0$ e $x > L$



4. Considere uma partícula com energia cinética E_c se aproximando de uma barreira de potencial da esquerda para a direita conforme figura abaixo:



- a) (0,5) Discuta o que aconteceria com esta partícula classicamente
- b) (0,5) Quanticamente o que pode acontecer com a partícula em $x > 0$ justifique sua resposta
- c) (0,5) Discuta a profundidade de penetração dada por:

$$\delta \sim \frac{1}{k_2} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}$$

- d) (0,5) calcule a distância de penetração para um elétron de 5eV se aproximando a esta barreira com altura de 10eV



5. Seja uma partícula sob o efeito de um potencial da forma $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$
- a) (0,5) Escreva a equação de Schrödinger para este sistema
- b) (1,0) Prove que a função de onda para $n=1$ dada na tabela 1 é solução da equação Schrödinger com energia

$$E = \frac{3}{2} \hbar \omega_c$$

Tabela 1: Energia e funções de onda dos três primeiros níveis de um oscilador harmônico.

n	E_n	$\psi(x)$
0	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$A_0 e^{-x^2/2b^2}$
1	$\frac{3}{2} \hbar \omega_c$	$A_1 \frac{x}{b} e^{-x^2/2b^2}$
2	$\frac{5}{2} \hbar \omega_c$	$A_2 (1 - 2 \frac{x^2}{b^2}) e^{-x^2/2b^2}$

Onde :

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_c}} \quad \omega_c^2 = \frac{k}{m}$$

Formulário

$$1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} ; 1\text{J} = 6.242 \times 10^{18} \text{ eV} ; \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 ; 1\text{uma} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-16} \text{ eV.s} = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J.s} ; \quad N(\nu) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 \cdot d\nu \quad \rho_T(\lambda) d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \cdot d\lambda$$



$$\hbar c = 1,97 \text{ keV} \cdot \text{\AA}; \quad h = 4,13 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; \quad E = h\nu = hc/\lambda;$$

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad E_n = -E_0/n^2; \quad hc = 12,4 \times 10^{-7} \text{ eV} \cdot \text{m} = 12,4 \text{ keV} \cdot \text{\AA} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm},$$

$$eV_0 = h\nu - \phi, \quad I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad \sigma = 5,6705 \times 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^4, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$E_0 = \mu e^4 / [(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2] = -13,6 \text{ eV}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}^2 / \text{m}^2, \quad c = \lambda\nu; \quad \lambda_m = 3646 \frac{m^2}{m^2 - 4}, \quad m = 3, 4, 5$$

$$k = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}, \quad R = \sigma \cdot T^4, \quad \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta), \quad E = h\nu \quad b = \frac{D}{2} \cot g \frac{\theta}{2}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} \quad a = \sqrt{\frac{9\rho_{ar}L}{2t_q d_{ol} a^2 g}} \quad D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}; \quad R = 8,315 \text{ J/molK} \quad \Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{iE}{\hbar}t} \quad R_y = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$T\lambda_{\max} = 2,898 \times 10^{-3} \text{ mK} \quad N_{Fe} = \sigma_{Fe} \cdot I_0 \cdot n \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad \rho_T(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot d\nu$$

$$V = \frac{1}{2} Cx^2 \quad \Delta N = \text{Int} \left(\frac{A}{r^2} \right) \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{4} \frac{1}{\sin^4 \theta/2} d\Omega \quad n = \frac{\rho N_A \text{ átomos}}{M \text{ cm}^3} \quad v_d = \frac{2}{9} \frac{d_{ol} a^2 g}{\rho_{ar}}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* A \Psi dx \quad \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad E = eV_0 \quad E = \frac{3}{2} kT \quad E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{me^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_n = r_0 n^2; \quad dN(\theta) = I n \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad d\Omega \cong \frac{A}{d^2} \quad n\lambda = 2d \sin\theta$$

$$\oint p_x dx = nh \quad \Delta p^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \Delta k \cdot \Delta x \geq \frac{1}{2} \quad \Delta \omega \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2}$$

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad 1 \text{ pA} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ A} \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{2E_0 K}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K}{2E_0}}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C} \quad m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ Kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 938,3 \text{ MeV}/c^2 \quad m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 939,6 \text{ MeV}/c^2$$

$$\int \cos \alpha x \cdot \sin \alpha x dx = 0 \quad \int \cos^2 \alpha x = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4\alpha} x$$