$ai \quad b \quad -bi^2 = b = b$

A Física do Spin - 4300227

1ª Prova

1) Calcule os comutadores: 2

$$[S^2, S_x],\ [S_y, S_z],\ [S^2, S_+],\ [S_+, S_-].$$

Quais desses operadores são observáveis? Quais desses observáveis podem ser medidos simultaneamente?

2) Calcule os autovalores e os autovetores normalizados de S_y. 2 5

3) Um elétron se encontra num estado de spin dado por: 3 5

$$|\chi\rangle = A\begin{pmatrix} 1 \\ 3i \end{pmatrix}.$$

$\frac{12}{20}$, $\frac{3}{5}\cdot\frac{\hbar}{2}$

$a = a$

$\frac{\hbar}{2}\cdot\frac{1}{10} + \frac{\hbar\omega}{2}\cdot\frac{9}{10}$

a) Determine a constante de normalização A.
b) Ache os valores esperados de S_x, S_y e S_z.
c) Numa medida de S_y quais valores podem ser encontrados e com qual a probabilidade?
d) Numa medida de S_z quais valores podem ser encontrados e com qual a probabilidade?
e) Numa medida de S^2 quais valores podem ser encontrados e com qual a probabilidade?
f) Se numa medida de S_z se obtem $\hbar/2$, em que estado o sistema se encontra logo após a medida?
g) Se imediatamente após essa medida de S_z se mede S_y, quais valores podem ser obtidos e quais probabilidades?
h) Se nessa medida de S_y se obteve $\hbar/2$ e se imediatamente após essa medida se mede novamente S_z, quais valores podem ser obtidos e quais probabilidades?

4) O operador H, para um determinado sistema de quatro níveis, é representado pela matriz: 2

$$H = \hbar\omega\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$\frac{\hbar}{2}\cdot\frac{1}{10} + \frac{\hbar}{2}\cdot\frac{9}{10}$

onde ω é real.
a) H é observável?
b) Determine os autovalores e autovetores normalizados de H.

Formulário:

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\quad S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\quad S^2 = \frac{3\hbar^2}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$S_+ = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad S_- = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad S_+ = S_x + iS_y,\quad S_- = S_x - iS_y$$

$$A|\alpha\rangle = a|\alpha\rangle \Rightarrow Det(A - aI) = 0,\quad \langle A\rangle = \langle\chi|A|\chi\rangle,\quad A^\dagger = (A^T)^*$$