A Física do Spin - 4300227

$3^{\underline{a}}$ Prova - Diurno

04/07/2018

1) Considere um espaço de dimensão dois, e sejam $A,\ B$ dois operadores hermitianos nesse espaço. Se os autovalores e autovetores desses operadores são:

$$A|\psi_i\rangle = a_i|\psi_i\rangle,\ \ B|\phi_i\rangle = b_i|\phi_i\rangle,\ \ i = 1, 2.$$

Na base de B temos: $|\psi_1\rangle = (3|\phi_1\rangle + 4|\phi_2\rangle)/5$, $|\psi_2\rangle = (4|\phi_1\rangle - 3|\phi_2\rangle)/5$.
a) Se numa medida de A se obtem a_2, em que estado o sistema se encontra logo após a medida?
b) Em que estado o sistema se encontrava antes da medida?
c) Se imediatamente após a medida de A se mede B, quais valores podem ser obtidos e quais probabilidades?
d) Se imediatamente após a medida de B se mede novamente A, qual a probabilidade de se medir a_2?
e) Os operadores $A,\ B$ são compatíveis?
f) Determine o valor médio de B no estado $|\psi_1\rangle$.

2) O operador de spin de um elétron é dado por $\hat{n}.\vec{S}$ onde $\hat{n}$ é um vetor unitário dado por $\hat{n} = cos\phi\,\hat{\imath} + sen\phi\,\hat{\jmath}$. Determine os autovalores λ deste operador.

3) a) Porque na mecânica quântica as partículas idênticas são indistinguíveis ? b) Duas partículas idênticas e de spin $s = 1/2$ têm coordenadas $x_1, y_1, z_1 = (1)$ e $x_2, y_2, z_2 = (2)$. Além disso têm números quânticos de spin (m_s) dados por α e β. Escreva a função de onda deste sistema de duas partículas que respeita o princípio da exclusão de Pauli. c) Explique porque o princípio de Pauli é satisfeito.

4) Duas aplicações importantes da física do spin são a resonância do spin do elétron (EPR) e a resonância magnética nuclear (NMR). a) o que podemos aprender utilizando estas técnicas? b) qual é o papel do spin, do campo magnético externo e da radiação eletromagnética nestas experiências ? c) qual é a diferença de energia ΔE na EPR e na NMR ? Qual delas é maior ?

Formulário:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\ \hat{S}_+ = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \hat{S}_- = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{S}^2\chi = s(s+1)\hbar^2\chi \quad \hat{S}_z\chi = m_s\hbar\chi$$

$$\hat{S}_z\chi_+ = \frac{\hbar}{2}\chi_+ \quad \hat{S}_z\chi_- = -\frac{\hbar}{2}\chi_- \quad \hat{S}_x\chi_- = \frac{\hbar}{2}\chi_+ \quad \hat{S}_x\chi_+ = \frac{\hbar}{2}\chi_- \quad \hat{S}_y\chi_- = \frac{\hbar}{2i}\chi_+ \quad \hat{S}_y\chi_+ = -\frac{\hbar}{2i}\chi_-$$

$$|x_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ |x_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},\ |y_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix},\ |y_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix},$$

$$|z_+\rangle = |\uparrow\rangle = \chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |z_-\rangle = |\downarrow\rangle = \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$P_\phi = |\langle\phi|\chi\rangle|^2 \qquad U = -\vec{\mu}\,.\,\vec{B} \qquad \vec{\mu} = \frac{g\,\mu_b}{\hbar}\vec{S} \qquad \mu_b = \frac{e\,\hbar}{2\,m}$$