

## Quarta Lista de Exercícios de Física Matemática I

(Equações a Derivadas Parciais Não-Homogêneas e Séries de Fourier)

IFUSP - 17 Setembro 2015

**Exercício 1** Uma fonte externa fornece calor a uma taxa  $e^{-t}$  uniformemente ao longo de uma barra condutora de extensão  $\pi$ , cuja temperatura inicial é  $x(\pi - x)/2$  e em cujas faces:  $x = 0$  e  $x = \pi$ , a temperatura é mantida igual a zero. Nestas condições, o problema de valores inicial e de fronteira (PVI) é dado por

$$\frac{1}{\kappa} u_t - u_{xx} = e^{-t},$$

em  $R = \{(t, x) : t > 0, 0 < x < \pi\}$ , com

$$u(t, 0) = u(t, \pi) = 0, \quad t > 0$$

e

$$u(0, x) = \frac{x}{2}(\pi - x)$$

para  $0 \leq x \leq \pi$ . Resolva o PVI.

**Exercício 2** Mostre que a solução do seguinte PVI

$$u_t - u_{xx} + k^2 u = 0, \quad k \in \mathbb{R}/\{0\},$$

em  $R = \{t > 0, 0 < x < \pi\}$ , com

$$u_x(t, 0) = 0 \quad \text{e} \quad u_x(t, \pi) = 1, \quad t > 0$$

e condição inicial

$$u(0, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

é dada por

$$u(t, x) = \frac{\cosh kx}{k \sinh k\pi} - \frac{1}{\pi} e^{-k^2 t} \left( \frac{1}{k^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + k^2} e^{-n^2 t} \cos nx \right).$$