

Oitava Lista de Exercícios de Física Matemática I
(Transformada de Fourier, Convolução e Identidade de Parseval)
IFUSP - 29 Maio 2015

Exercício 1 Calcule a transformada de Fourier das seguintes funções:

1.

$$f(x) = e^{-a|x|}, \quad a > 0$$

2.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-a|x|} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}, \quad a > 0$$

3.

$$f(x) = e^{-a|x|} \sin cx, \quad a > 0, \quad c \in \mathbb{R}$$

4.

$$f(x) = \begin{cases} \cos kx & \text{se } |x| \leq N\pi/k \\ 0 & \text{se } |x| > N\pi/k \end{cases}$$

onde N e k são inteiros positivos.

Calcule a função $f(x)$ cuja transformada de Fourier é

$$\hat{f}(\xi) = \frac{\sin b\xi}{\xi} e^{-a\xi^2}, \quad a > 0, \quad b \in \mathbb{R}$$

Exercício 2 Verifique o teorema de Plancherel–Parseval: $\|f\|^2 = \|\hat{f}\|^2$ para a função Gaussiana:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-x^2/(2a)}.$$