Mec_2Sem2015 - Prova1_Sub

Nome:____NUSP:___________

Você tem até 120 minutos para fazer esta prova. Resolva os exercícios de maneira organizada. Cada exercício vale 10/3 da prova. O Item 2(e) é um item extra e pode acrescentar até 0.5 pontos à nota da prova. Bom trabalho.

Dica geral I: caso você não consiga deduzir um resultado anterior necessário a um item, escreva explicitamente no item em consideração o que está faltando e siga em frente.

Dica geral II: muito cuidado com comentários qualitativos. Seja objetiv@ e rigoros@ com os conceitos.

1 Partícula carregada em um campo elétrico

Uma partícula carregada, carga q e massa m, é injetada com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$ para o interior de uma câmara dentro da qual está estabelecido um campo elétrico oscilante que se escreve $\vec{E} = E_0 \cos\alpha t\hat{j}$ onde $E_0 > 0$.

(a) Escolha um sistema de coordenadas que julgar adequado e escreva as equações do movimento (segunda lei de Newton) para a partícula. Considere que a partícula tem carga q e desconsidere os efeitos da gravidade e da viscosidade. Escolha uma origem conveniente para o sistema de coordenadas e escreva as condições iniciais do problema (dado: a força devido um campo elétrico se escreve$\vec{F} = q\vec{E}$).

(b) Resolva as equações de movimento para encontrar $x(t)$ e $y(t)$. Escreva a solução geral do problema e implemente as condições iniciais do caso particular descrito (dica: solução da homogênea + solução particular).

(c) Faça um esboço da trajetória esperada para esta partícula enquanto a mesma está no interior da câmera.

(d) Em um experimento, a câmara foi preenchida com um gás cintilante que introduz uma pequena força viscosa, porém desprezível, na dinâmica da partícula e permite a observação direta de sua trajetória. Com base nesta observação, a seguinte imagem para a trajetória da partícula foi gravada:

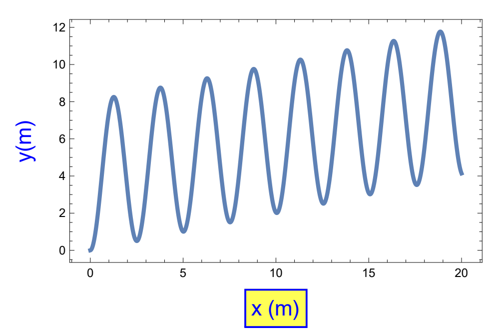

Figura 1: Gráfico da trajetória para a partícula de carga q, obtido experimentalmente.

Toda a gravação durou 10 segundos. Contraste a figura com sua expectativa do item (c). Que parâmetro precisa ser ajustado no experimento para que o resultado seja similar ao esperado? Qual o sinal da carga utilizada nesse experimento? Faça uma estimativa da razão q/m da partícula em função de E_0 e uma estimativa para a velocidade v_{0x}.

Partícula carregada em um campo elétrico

2 Átomos aprisionados

Dois cátions de átomos de Ca, de massa m e carga $q = +2e$, estão aprisionados em uma armadilha 1D eletrostática que exerce sobre o átomo i uma força externa que se escreve: $\vec{F}_i^{ext} = -m_i\omega_A^2(\vec{x}_i - \vec{x}_j)$ onde $\vec{x}_i$ é o vetor posição (1D) da partícula i, m_i é a massa do cátion i e ω_A é uma constante (frequência da armadilha). Além desta força, as partículas interagem por meio da força de Coulomb:

$$\vec{F}_{q_1q_2} = k\frac{q_1q_2}{|\vec{x}|^2}\hat{x}$$

onde $\vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ é o vetor posição relativa e $k > 0$ é uma constante. Pelo efeito da armadilha, a força também está restrita a ser 1D.

(a) Para condições iniciais $\vec{x}_{10}$ e $\vec{x}_{20}$ (determinadas a partir do LAB), faça um esquema que mostre o vetor posição relativa e as forças externa e de Coulomb sobre cada partícula.

(b) Dentre as quantidades energia e momento linear, indique quais são conservadas *para o sistema de duas partículas* (2 considerações ao todo). Para cada caso, escreva uma breve justificativa.

(c) Determine a energia potencial $U(x)$ ($x = |\vec{x}_1 - \vec{x}_2| > 0$) do problema de dois corpos e faça um esboço de $U(x)$ como função de x. Indique posições de equilíbrio estável.

(d) Determine a posição de equilíbrio x_{eq} do problema e ainda a frequência de oscilações ω_0^2 em torno da posição de equilíbrio.

(e) (até 0.5 pontos extra na prova) discuta o efeito de uma força de prova do tipo $F_0 \cos \omega t$ sobre este sistema e como determinar a frequência ω_0^2 pela ação desta força (apoie seus argumentos com gráficos, esquemas, etc).

Átomos aprisionados

3 Nave espacial

Uma enorme nave espacial, em forma aproximada de um cilindro reto de raio R_0 e comprimento L, viaja em velocidade constante pelo espaço profundo, suficientemente afastada de outros corpos. Um mecanismo interno mantém a nave girando ao redor de seu eixo geométrico central com velocidade angular $\vec{\omega}$ constante ($\vec{\omega} = \omega_0 \hat{k}$). Dois cientistas, A e B, estão no interior da nave, em pé sob a casca cilíndrica, ambos em repouso em relação ao chão. Os cientistas estão distantes l metros um do outro (l é constante).

(a) O referencial do cientista A é inercial ? Se sim, explique porque. Caso contrário, determine a aceleração do referencial do cientista A. Use explicitamente a notação vetorial.

(b) Qual a resultante das forças atuando no cientista B medida pelo cientista A ? Faça um diagrama das forças que atuam em B de acordo com A e diga explicitamente quais destas forças são reais e quais são forças de inércia (massa de $B = m_B$).

(c) O cientista B lança um objeto de massa m_0 para A. Determine a segunda lei de Newton modificada que A deve escrever para estudar a dinâmica do objeto. Deixe explícito forças reais e forças de inércia na expressão. Discuta brevemente a ação qualitativa de cada um dos termos.

(dados: $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, e os demais por permutação ou $\hat{r} \times \hat{\phi} = \hat{k}$, e os demais por permutação).

Nave espacial

Formulário

A priori, você vai utilizar, ou pensar sobre, estas fórmulas para resolver os exercícios da prova.

Segunda lei de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Energia potencial devido a forças 1D

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} f(x')dx'$$

Derivada útil:

$$\frac{d}{dx}(\frac{1}{x^m}) = \frac{-m}{x^{m+1}}$$

Potência média absorvida em um ciclo do oscilador:

$$\bar{P}(\omega) = \frac{(F_0^2/m)\beta\omega^2}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2]}$$

Teorema de Coriolis

$$m\vec{a} = \sum \vec{F} - m[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v} + \ddot{\vec{R}}_f]$$

onde $m\vec{a}$ é a força efetiva, medida em um *referencial não inercial,* $\sum \vec{F}$ é a soma das forças que atuam sobre o corpo de massa m $(= m\vec{a}'$, onde $\vec{a}'$ é medido em um *referencial inercial*), $\vec{r}$ e $\vec{v}$ são quantidades cinemáticas da partícula medidas no *referencial não inercial*, e $\vec{\omega}$ e $\ddot{\vec{R}}_f$ são a velocidade angular e a aceleração linear do referencial acelerado, respectivamente. O termo:

$$\vec{F}_{\text{inércia}} = -m[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v} + \ddot{\vec{R}}_f]$$

recebe o nome de força de inércia.