

Mec _2Sem2015 - Teste #4

Nome: _____ NUSP: _____

Você tem até 30 ± 5 minutos para fazer este teste. Resolva o exercício de maneira organizada (escreva definições que considerar importantes e justifique seus cálculos). Bom trabalho.

1 Vínculos em um potencial harmônico

Uma partícula de massa m move-se em um hemisfério de raio a e está sujeita *exclusivamente* a uma energia potencial harmônica $U(r) = (1/2)kr^2$.

- Escreva a lagrangiana e a equação de vínculo para este problema.
- Escreva as equações de movimento de Lagrange (não esqueça dos vínculos).
- Determine o multiplicador de Lagrange λ .
- Determine as forças de vínculo e a velocidade angular $\dot{\phi}_C$ crítica para a qual a partícula escapa do hemisfério de raio a .

Sugestão: em problemas de forças centrais é suficiente usar coordenadas polares.

Dados:

Em coordenadas polares (r, ϕ) :

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2$$

Definição da lagrangiana:

$$\mathcal{L} = T - U$$

Equações de movimento de Lagrange com vínculos:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} + \sum_k \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial q_j} = 0 \\ g_k(q_j) = 0 \end{cases}$$

Forças de vínculo generalizadas:

$$Q_k = \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial q_j}$$

Vínculos em um potencial harmônico