

Mec _2Sem2015 - Teste #5

Nome: _____ NUSP: _____

Você tem até 30 ± 5 minutos para fazer este teste. Resolva o exercício de maneira organizada (escreva definições que considerar importantes e justifique seus cálculos). Bom trabalho.

1 Termo cúbico na gravitação

Considere que o termo gravitacional é acrescido de uma pequena perturbação cúbica, de maneira que a componente de força se escreve:

$$f(r) = -\frac{k}{r^2} - \frac{\lambda}{r^3}$$

com k e λ maiores que 0 e $|\lambda| \ll L_z^2/\mu$. Considere a equação para a trajetória orbital devido a forças centrais (veja no formulário abaixo).

(a) Calcule $f(1/u)$, resolva a equação da órbita para encontrar $u(\phi) = 1/r(\phi)$ (solução geral apenas). Fixe o sistema de coordenadas de maneira que $\phi_0 = 0$.

(b) Qual o período angular de $r(\phi)$ (ou seja, de quanto deve mudar ϕ para que $r(\phi)$ tenha um período)? Necessariamente, use a aproximação $(1+x)^n \approx 1+nx$ (para $x \ll 1$) e deixe sua resposta em primeira ordem em λ .

(c) Determine o avanço angular ($\Delta\phi$) dos apsidaes da órbita (o avanço angular é o período angular de $r(\phi)$ subtraído de 2π). Qual o sentido de rotação para a precessão da órbita para o presente caso ($\lambda > 0$)?

(d) Considere $m_1 = M$, $m_2 = m$ (onde $M \gg m$) e faça um esquema da situação: esboce a forma geométrica aproximada desta órbita, indique as posições das partículas de massa M (centro da força) e m e indique $\Delta\phi$.

Dados:

Equação da órbita:

$$\frac{d^2 u(\phi)}{d\phi^2} + u = -\frac{\mu}{L_z^2} f(1/u)$$

onde $u(\phi) = 1/r(\phi)$

Aproximação importante:

$$(1+x)^n \approx 1+nx$$

Termo cúbico na gravitação