

# Mec \_2Sem2015 - Teste #6

Nome: \_\_\_\_\_ NUSP: \_\_\_\_\_

Você tem até  $30 \pm 5$  minutos para fazer este teste. Resolva o exercício de maneira organizada (escreva definições que considerar importantes e justifique seus cálculos). Bom trabalho.

## 1 Romeu, o robô

Nada que Julieta faça é capaz de alterar os sentimentos de Romeu:  $\dot{R} = 0$ ,  $\dot{J} = aR + bJ$ . Considere  $a > 0$  e  $b > 0$ .

(a) Mostre que há uma linha de pontos fixos que passa pela origem e organize o problema na forma matricial. (2.5 pontos)

Pontos fixos ocorrem para:

$$\begin{cases} \dot{R} = 0 \\ \dot{J} = 0 \end{cases}$$

A primeira equação é sempre satisfeita, a segunda é satisfeita para  $0 = aR + bJ$  ou seja, para  $J = -(a/b)R$ . Esta equação define uma reta e qualquer ponto nessa reta é um ponto fixo (1.5 pontos)

Na forma matricial temos:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} R \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ J \end{pmatrix}$$

(1.0 pontos). Note que, desta maneira, temos  $R$  no eixo  $x$  e  $J$  no eixo  $y$ .

(b) Determine o autovalor não nulo do problema e o autovetor associado. (2.5 pontos)

Para encontrar  $\lambda$ , temos:

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda & 0 \\ a & b - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Portanto:

$$-\lambda(b - \lambda) = 0$$

daí  $\lambda = b$  é o autovalor (1.5 pontos). Para encontrar o autovetor, procedemos como de costume:

$$\vec{u}_\lambda = y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

onde  $y$  é real. É aceito também apenas a autodireção, uma vez que é o resultado importante. (1.0 pontos).

(c) Faça um esboço do espaço de fases deste sistema (inclua breves justificativas). (2.5 pontos)

O espaço de fase deve conter  $R$  e  $J$  nos eixos corretos (de acordo com sua matriz do item a, 0.75 pontos) e mostrar fluxos que se afastam da linha de pontos fixos (1.0 pontos). A linha também deve ser a correta (0.75 pontos, notando que  $a$  e  $b$  são maiores que 0).

(d) Escolha uma condição inicial (mostre no esboço) e diga se ao final Julieta irá amar ou odiar Romeu (considere escrever  $\approx 2 - 4$  linhas).

(2.5 pontos)

O importante é que a história deve ser coerente com o fluxo considerado: se o fluxo considerado estiver incorreto mas a história coerente com o fluxo (-1.5 pontos). Se a história estiver incoerente com o fluxo, mas o fluxo correto (-2.0 pontos). Se o fluxo estiver errado, por erros em outros itens, mas a história estiver coerente com o fluxo (-0.5 ponto).

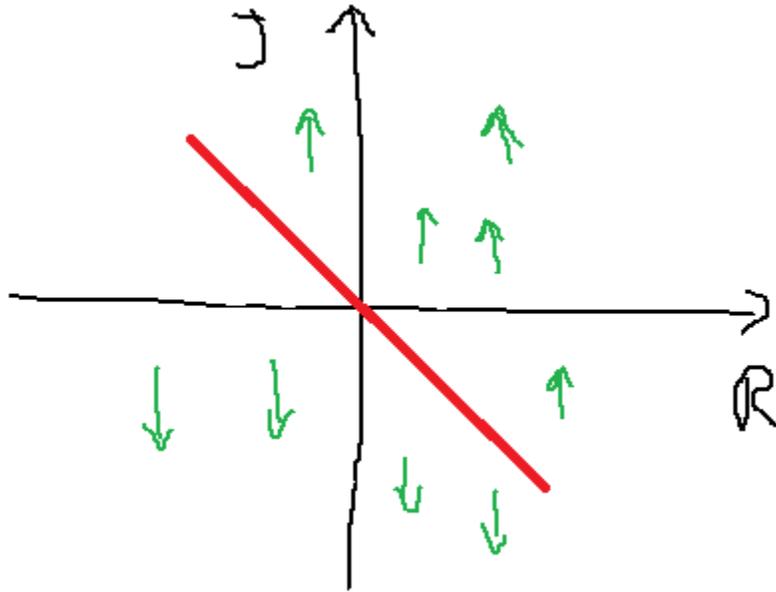


Figura 1: Figura para o esboço

Romeu, o robô