

**Prova 2, Vetores e Geometria – – MAT0112 – Albert Fisher – 10 de julho de 2020**

*Nota: Não escreva nesta folha. Favor escrever em uma folha só (não no verso) de papel branco e com caneta ou lapis escuro para deixar o mais legível possível. Depois escanear ou tirar foto e mandar para mim num email. Se possível, junte as páginas para formar um arquivo só. Para este arquivo, coloque o título “Prova2-Nome.pdf”.*

(1) Ache a distância entre as retas  $l(t) = (2, 0, 1) + t(1, 2, 3)$  e  $r(t) = (3, 1, 2) + s(1, 2, 3)$ .

(2) Dado a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(2a) Ache uma matriz sobretriangular  $T$  tal que  $Q = MT$  é matriz ortogonal, isto é,  $Q^t Q = Q Q^t = I$ . (Dica: Gram-Schmidt!!)

(3)

Dado a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(3a) Ache uma base de  $\mathbb{R}^2$  formado para autovetores de  $A$ .

(3b) Ache uma matriz  $Q$  que é ortogonal, isto é,  $Q^{-1} = Q^t$ , e uma matriz diagonal  $D$  tal que  $Q^{-1} A Q = D$ .

(3c) Ache  $A^9$  (sem fazer muita conta!)

(3d) Uma forma quadrática é uma função da forma  $f(x, y) = Ax^2 + Cxy + By^2$ . O termo *mixto* é  $Cxy$ . Dado a forma quadrática  $f(x, y) = x^2 + 4xy + y^2$ , ache novos coordenados  $(x', y')$ , tal que para  $g(x', y') = f(x, y)$ ,  $g(x', y')$  não tem termo mixto, isto é,  $C = 0$  acima.

(3e) Qual é a matriz que define  $g(x, y)$ ? Considere  $f(x, y) = 9$ . Que tipo de cônica temos? Qual é a fórmula nos coordenados  $(x', y')$ ?

(3f) Desenhe a cônica  $g(x', y') = 9$  com eixos  $x', y'$ . Desenhe  $f(x, y) = 9$  com eixos  $x, y$ .