

$$(P \cos \theta - F_{at}) R = I \alpha$$

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$250$$

$$\frac{120}{370}$$


$$P \cos \theta - F_{at} = m a$$

$$P \cos \theta = N$$

$$F_{at} = \mu N = \mu m g \cos \theta$$

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$F_{at} = m(g \sin \theta - \frac{(P \cos \theta - F_{at}) R^2}{I})$$

**Física I - IME**  
Terceira Prova - 22/11/2011

- A prova tem duração de 110 minutos.
- Preencha as folhas de resposta com o seu nome e número USP, de forma legível.
- Resolva cada exercício começando na frente da folha com o mesmo número, utilizando, se for necessário, o verso da folha.
- Justifique todas as suas respostas com comentários, fórmulas e cálculos intermediários, sem esquecer as unidades das grandezas físicas pedidas. Não serão aceitas respostas sem justificativa.

1) Uma lata vazia de altura  $H$ , raio  $R$  e massa  $M$ , com tampa, parte do repouso e rola sem escorregar por um plano inclinado de ângulo  $\theta$  e comprimento  $L$ . Considere conhecido que o momento de inércia de um disco de massa  $m$  e raio  $r$  em relação a um eixo perpendicular que passa pelo seu centro é  $\frac{1}{2} m r^2$ .

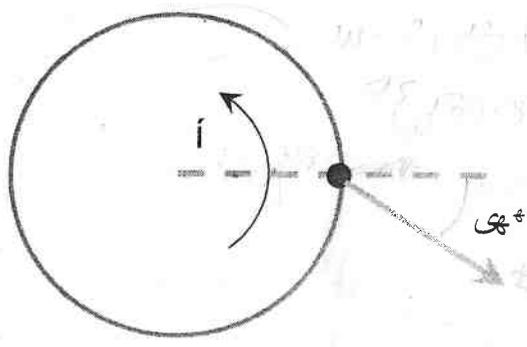
- a (0,5) - Qual é o momento de inércia da lata,  $I$ , em relação ao seu eixo de simetria? O resultado deve ser dado como função de  $H$ ,  $R$  e  $M$ . Considere a lata como sendo um cilindro com duas tampas, com densidade superficial homogênea.
- Considere, agora,  $I$  conhecido e calcule:
- b (0,5) - a força de atrito sobre a lata;
- c (0,5) - a aceleração do centro de massa e a aceleração angular da lata;
- d (0,5) - a velocidade angular com que a lata chega ao final da rampa;
- e (0,5) - o trabalho realizado pela força de atrito.

2) Uma plataforma horizontal em forma de um disco circular gira sobre um mancal, sem atrito, em torno de um eixo mecânico vertical que passa pelo centro do disco. A plataforma possui um raio de 2 m e o seu momento de inércia em relação ao eixo de rotação é de 250 kg m<sup>2</sup>. Um menino de 30 kg se encontra a 1 m do centro da plataforma e o sistema gira com velocidade angular de 2 rad/s.

- a (0,5) - Qual o momento angular inicial do sistema (plataforma mais o menino)?
- b (1,0) - Se o menino caminhar lentamente até a beirada da plataforma e parar, qual será a velocidade angular do sistema?
- c (1,0) - Nesse momento o menino está na beirada da plataforma, que gira com velocidade angular  $\omega$ . Então, o menino salta para fora da plataforma, com velocidade  $v = 5$  m/s (em relação a um observador parado fora da plataforma) e segundo um ângulo de 30° com a direção radial, conforme a figura. Qual será a velocidade angular da plataforma após esse salto?

$$L = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$= m v r \sin \theta$$



$$(P \cos \theta - F_{at}) R = I \alpha$$

$$P \cos \theta - \frac{I \alpha}{R} = F_{at}$$

$$K_i = K_f$$

$$\frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega_i^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega_f^2}{2}$$

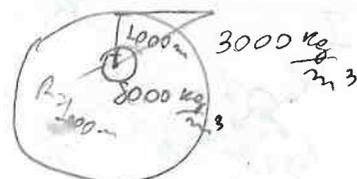
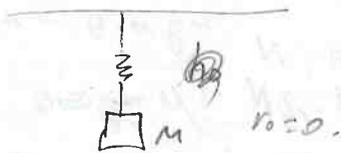
$$v = \omega R$$

$$L = R m v \sin 30^\circ$$

$$L = \omega R m r \sin 30^\circ$$

$$-kx = ma$$

$$-kx - mg = ma$$



3) Uma mola de constante  $K$  está pendurada num suporte rígido na posição vertical. Um corpo de massa  $M$  é preso na extremidade livre da mola e solto em repouso, com a mola no seu comprimento natural. Considere esse instante como  $t = 0$  e essa posição como altura  $h_0$ .

- a (0,5) - A que distância da posição inicial está a posição de equilíbrio do corpo pendurado na mola?
- b (0,5) - Até que altura o corpo desce antes de subir?
- c (0,5) - Qual é o período de oscilação?
- d (0,5) - Qual é a velocidade do corpo ao atingir a sua posição de equilíbrio?
- e (0,5) - Em que instante o corpo atinge, pela primeira vez, a posição de equilíbrio?

4) A superfície sólida da Terra tem densidade média da ordem de  $3000 \text{ kg/m}^3$ . A aceleração média da gravidade na superfície da Terra é de  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Foi encontrado um depósito de material com densidade de  $8000 \text{ kg/m}^3$ , na forma de uma esfera de raio  $1000 \text{ m}$  cujo centro está a  $1000 \text{ m}$  de profundidade da superfície da Terra.

Dados:  $G \approx 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$ , volume de esfera =  $\frac{4}{3} \pi R^3$ .

- a (1,5) - Determine o aumento na aceleração média da gravidade,  $\Delta g = g' - g$ , sobre um corpo de massa  $m$  suspenso num fio de prumo, muito próximo da superfície da Terra e posicionado na vertical que passa pelo centro desse depósito.
- b (1,0) - Estime a ordem de grandeza do ângulo de deflexão sofrido pelo fio de prumo, quando ele for deslocado horizontalmente sobre a superfície terrestre de  $1000 \text{ m}$  da sua posição inicial.

### FORMULÁRIO

$$I = \sum mr^2; F = G \frac{mM}{R^2}; U = -G \frac{mM}{R}; G \approx 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2; w = 2\pi f$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \gamma = b/m; w_0 > \gamma/2 \Rightarrow x = A_0 e^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \phi); \omega = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2/4};$$

$$w_0 < \gamma/2 \Rightarrow x = A_1 e^{-\gamma t/2 - \beta t} + A_2 e^{-\gamma t/2 + \beta t}; \beta = \sqrt{\gamma^2/4 - w_0^2};$$

$$x(t) = x_f(t) + x_p(t); x_p = A_\Omega \cos(\Omega t + \phi); A_\Omega = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(w_0^2 - \Omega^2)^2 + \gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\phi = -\text{arctg}\left(\frac{\gamma \Omega}{w_0^2 - \Omega^2}\right); \Omega_{R.S.} = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2/2}$$

