

Primeira lista de exercícios de otimização linear

Walter F. Mascarenhas

6 de Outubro de 2020

Resumo

Essa lista contém exercícios sobre a primeira parte do curso. Ela deve ser entregue via email para walterfm@ime.usp.br até o dia 19/10/2020.

1. Dada uma matriz $m \times n$ $\mathbf{A}$ e um conjunto **convexo** $C \in \mathbb{R}^n$ mostre que o conjunto

$$\{\mathbf{Ax}, \mathbf{x} \in C\}$$

é **convexo**.

2. Se substituirmos a palavra **convexo** por **aberto** no item 1 ele continua válido? Se sim, prove porque, se não de um exemplo no qual ele não valeria.
3. Se substituirmos a palavra **convexo** por **fechado** no item 1 ele continua válido? Se sim, prove porque, se não de um exemplo no qual ele não valeria.
4. Se substituirmos a palavra **convexo** por **compacto** no item 1 ele continua válido? Se sim, prove porque, se não de um exemplo no qual ele não valeria.
5. Formule e resolva um problema linear para o seguinte problema extraído de https://web.sonoma.edu/users/w/wilsonst/courses/math_131/lp/default.html
A farmer has 10 acres to plant in wheat and rye. He has to plant at least 7 acres. However, he has only \$1200 to spend and each acre of wheat costs \$200 to plant and each acre of rye costs \$100 to plant. Moreover, the farmer has to get the planting done in 12 hours and it takes an hour to plant an acre of wheat and 2 hours to plant an acre of rye. If the profit is \$500 per acre of wheat and \$300 per acre of rye how many acres of each should be planted to maximize profits?
6. Formule e resolva um problema linear para o seguinte problema extraído de https://web.sonoma.edu/users/w/wilsonst/courses/math_131/lp/default.html
A gold processor has two sources of gold ore, source A and source B. In order to keep his plant running, at least three tons of ore must be processed each day. Ore from source A costs \$20 per ton to process, and ore from source B costs \$10 per ton to process. Costs must be kept to less than \$80 per day. Moreover, Federal Regulations require that the amount of ore from source B cannot exceed twice the amount of ore from source A. If ore from source A yields 2 oz. of gold per ton, and ore from source B yields 3 oz. of gold per ton, how many tons of ore from both sources must be processed each day to maximize the amount of gold extracted subject to the above constraints?

7. Formule e resolva um problema linear para o seguinte problema extraído de https://web.sonoma.edu/users/w/wilsonst/courses/math_131/lp/default.html

A publisher has orders for 600 copies of a certain text from San Francisco and 400 copies from Sacramento. The company has 700 copies in a warehouse in Novato and 800 copies in a warehouse in Lodi. It costs \$5 to ship a text from Novato to San Francisco, but it costs \$10 to ship it to Sacramento. It costs \$15 to ship a text from Lodi to San Francisco, but it costs \$4 to ship it from Lodi to Sacramento. How many copies should the company ship from each warehouse to San Francisco and Sacramento to fill the order at the least cost?

8. Resolva o seguinte problema linear usando o método simplex

$$\begin{array}{llll} \text{maximizar} & 2x & + & y \\ \text{sujeito a} & 2x & + & 3y \leq 3 \\ & x & + & 5y \leq 1 \\ & 2x & + & y \leq 4 \\ & 4x & + & y \leq 5 \\ & & & x, y \geq 0 \end{array}$$

9. Considere o problema linear

$$\begin{array}{llll} \text{minimizar} & ax & + & by \\ \text{sujeito a} & 2x & + & y \geq 6 \\ & x & + & 2y \geq 6 \\ & & & x, y \geq 0 \end{array}$$

Descreva todas as possibilidades para a solução ótima desse problema em função de a e b . Ou seja, divida os possíveis valores para a e b em classes e explique como é a solução ótima em cada classe.

10. Repita a análise do item anterior para o problema

$$\begin{array}{llll} \text{minimizar} & ax & + & by \\ \text{sujeito a} & -2x & + & y \geq -2 \\ & -x & + & 2y \geq 2 \\ & & & y \geq 0 \\ & -x & & \geq -4 \end{array}$$