

MAC-315 – Programação Linear – Terceira Prova

Nome: _____

Assinatura: _____

Observação: Escreva as expressões literais antes de fazer cada conta (por exemplo $x_B = B^{-1}b$, $\bar{c}_j = c_j - c'_B B^{-1}A^j$, $p' = c'_B B^{-1}$, $d_B = -B^{-1}A^j$, etc.)

Questão 1 (2.5 pontos) Considere o problema
$$\begin{cases} \min & [1 \ 1 \ 0 \ 0]x \\ \text{s.a} & \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

- Resolva o problema usando o simplex de duas fases.
- Resolva o problema usando o simplex dual a partir da base $\{x_3, x_4\}$.
- Represente graficamente os problemas primal (interpretando x_3 e x_4 como variáveis residuais) e dual, ilustrando os resultados dos itens (a) e (b).

Questão 2 (2.5 pontos) Considere a função $L(x, p) = c'x + p'(b - Ax)$, e seja \bar{x} uma solução ótima primal e \bar{p} uma solução ótima dual.

- Considere que o primal é o (PLC). Mostre que \bar{x} é solução ótima do problema
$$\begin{cases} \min & L(x, \bar{p}) \\ \text{s.a} & x \geq 0 \end{cases}$$
 (observe que \bar{p} está fixado).
- Considere que o primal é
$$\begin{cases} \min & c'x \\ \text{s.a} & Ax \geq b \end{cases}$$
. Mostre que todo $x \in \mathbb{R}^n$ é solução ótima do problema
$$\begin{cases} \min & L(x, \bar{p}) \\ \text{s.a} & x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$
.

Questão 3 (2.5 pontos) Considere o problema $(P_\lambda) \begin{cases} \min & c'x \\ \text{s.a} & Ax = b + \lambda d \\ & x \geq 0 \end{cases}$

e seja B uma base ótima do problema com $\lambda = 0$.

- Mostre que (PM) nunca poderá ser ilimitado, independentemente dos valores de λ e d .
- Mostre que B é ótima em $(P_\lambda) \forall \lambda \geq 0$ se, e somente se, $B^{-1}d \geq 0$.

Questão 4 (2.5 pontos) Considere a função achaviável(A,b) que, dados $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $b \in \mathbb{R}^m$, retorna (se existir) uma solução do sistema linear
$$\begin{cases} Ax \leq b \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$
 ou um código especial (nil) caso o sistema seja inviável. Escreva o código de uma função `proglin(A,b,c)` para resolver o

(PLC)
$$\begin{cases} \min & c'x \\ \text{s.a} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{cases}$$
 retornando uma solução ótima x^* (se existir), ou os códigos (nil) se o problema é inviável e (inf) se o problema é ilimitado.

Obs: Você pode usar uma sintaxe próxima de C ou Octave, o que achar mais simples. Você não deve implementar o simplex.