

MAC 0329 - Álgebra Booleana e Aplicações - Prova 1

Prof. Ronaldo F. Hashimoto

2012-04-18

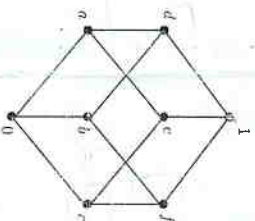


Figure 1: Diagrama de Hasse do reticulado $(A, \leq)$.

Questão 1

Considere o conjunto $A = \{0, a, b, c, d, e, f, 1\}$. Considere a relação de ordem $\leq$ definida pelo diagrama de Hasse da Fig. 1. Responda as seguintes perguntas:

- (Valor 0,4) Qual é o valor de $a \vee b$ (supremo entre a e b)? E o valor de $d \wedge f$ (infimo entre d e f)?
- (Valor 0,4) Qual é o valor de $a \vee f$? E o valor de $a \wedge f$?
- (Valor 0,8) Complete a tabela abaixo para definir a operação complemento, denotada por $\bar{}$, entre os elementos de A , de forma que a sêxtupla $(A, \vee, \wedge, \bar{}, 0, 1)$ seja uma Álgebra Booleana.

x	$\bar{x}$
0	
a	
b	
c	
d	
e	
f	
1	

Questão 2

Considere a Álgebra Booleana $(A, +, \cdot, \bar{}, 0, 1)$ da Questão 1.

- (Valor 1,0) Escreva a expressão SOP Canônica da função $g(x, y, z) = a \cdot x + b \cdot \bar{y} + c \cdot z$.
- (Valor 1,0) A função $h: A \rightarrow A$ dada pela tabela abaixo é uma função booleana? Justifique sua resposta.

x	$h(x)$
0	e
a	e
b	1
c	f
d	1
e	e
f	1
1	1

Questão 3

Considere a tabela abaixo obtida no passo da cobertura mínima do algoritmo de QM no processo de minimização de uma função booleana $g(x, y, z, w)$.

Implicantes Primos	0	4	13	15	10
a		✓	✓	✓	✓
b			✓	✓	✓
c	✓	✓	✓	✓	✓
d	✓	✓	✓	✓	✓

Para resolver esta tabela cúbica, é possível utilizar o método de Petrick. Este método consiste em encontrar uma expressão booleana na forma POS de uma função booleana $f(a, b, c, d)$. E a partir desta POS, encontrar uma SOP minimal de $f(a, b, c, d)$.

- (Valor 1,0) Qual é a expressão POS da função booleana $f(a, b, c, d)$ obtida da tabela cúbica?
- (Valor 1,0) Quais são os mintermos correspondentes à expressão POS de $f(a, b, c, d)$?
- (Valor 1,0) A partir dos mintermos, encontre os mintermos de $f(a, b, c, d)$.
- (Valor 1,0) Utilizando estes mintermos e um mapa de Karnaugh, encontre uma SOP minimal de $f(a, b, c, d)$.
- (Valor 1,0) Quais implicantes primos são candidatos para estar na SOP minimal de $g(x, y, z, w)$?

$$\begin{aligned}
 & (c+d)(a+d)(a+d)(b+c)(b+d) \\
 & (ca+c+da+dc) \quad (b+bd+cb+cd) \\
 & 2 \\
 & ca + c\bar{d} + \bar{c}d + cd + da + d\bar{a} + dca + dcd
 \end{aligned}$$

$$g(x, y, z) = g(0, 0, 0) \bar{x} \bar{y} \bar{z} +$$

Questão 4

Considere o circuito da Fig. 2.

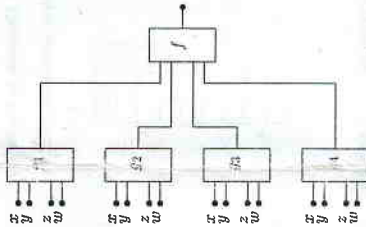


Figure 2: Circuito composto pelas funções g_1 , g_2 , g_3 , g_4 e f .

x	y	z	w	$g_1(x, y, z, w)$	$g_2(x, y, z, w)$	$g_3(x, y, z, w)$	$g_4(x, y, z, w)$	$f(g_1, g_2, g_3, g_4)$
0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1

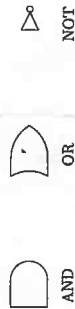
as seguintes funções booleanas:

$$\overline{x} \overline{y} w + y \overline{z} w + \overline{y} \overline{z} \overline{w}$$

(a) (Valor 2.0) Encontre uma expressão SOP minimal de $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$ e $g_4(x)$ usando mapas de Karnaugh.

(b) (Valor 2.0) Considere o circuito da Fig. 2. Para este circuito, encontre uma SOP minimal de f usando o algoritmo de QM. Note que neste circuito, existem algumas entradas para f que nunca acontecem.

(c) (Valor 1.0) Usando as portas lógicas AND, OR e NOT, redesenhe o circuito da Fig. 2 usando as SOP minimais das funções g_1 , g_2 , g_3 , g_4 e f obtidas nos itens anteriores.



	00	01	11	10	02	12	11	10
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	1	1	0	0	0	0	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0

