PROVA 1 DE MAC0427 OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

[25 pontos] **Exercício 1.** Determine todos os minimizadores e maximizadores locais da função

$$f(x,y) = 2x^3 - 3x^2 - 6xy(x-y-1).$$

Dica:

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 6(x-y)(x-y-1) \\ -6x(x-2y-1) \end{bmatrix}$$

$$\nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} 12(x-y)-6 & -12(x-y)+6 \\ -12(x-y)+6 & 12x \end{bmatrix}$$

[25 pontos] **Exercício 2.** Seja $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ uma matriz simétrica. Prove que, se $A \succeq 0$ e $A_{ii} = 0$ para algum $i \in \{1,\ldots,n\}$, então $A_{ij} = 0$ para todo $j \in \{1,\ldots,n\}$.

definir matriz abstrata de 2x2 e 3x3 e verifica os $\det(A[I])$ onde $I \subseteq [n]$

[25 pontos] **Exercício 3.** Seja $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ uma matriz. Seja $b \in \mathbb{R}^m$. Seja $f\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ uma função convexa. Mostre que a função $g\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida como $\underset{\mathbb{R}^n}{g(x)} :=$ $\underbrace{f(Ax+b)}_{\mathbb{R}}$ é convexa.

[25 pontos] **Exercício 4.** Considere um PNL irrestrito com função objetivo

$$f(x) := \frac{1}{2}x^\top Ax + b^\top x,$$

onde $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é uma matriz simétrica e $b \in \mathbb{R}^n$ é um vetor. Mostre que todo minimizador local de f sobre $\mathbb{R}^n$ é também um minimizador global de f sobre $\mathbb{R}^n$.

Data: 20 de abril de 2017.