

MAE 121 - Introdução à Probabilidade e à Estatística I - Prova II
 Justifique suas respostas.

1. (2,5 pontos) A tabela abaixo fornece dados de concentração de ozônio na grande São Paulo, em partes por bilhão (ppb) em 24 domingos sucessivos.

| | | | | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 6.6 | 6.0 | 4.2 | 4.4 | 5.6 | 2.5 | 5.4 | 4.4 |
| 3.5 | 4.0 | 2.4 | 3.0 | 5.6 | 4.7 | 6.5 | 15.7 |
| 4.1 | 3.4 | 20.8 | 5.3 | 4.7 | 7.4 | 5.7 | 3.0 |

$$\sum_{i=1}^{24} x_i = 138.9 \text{ e } \sum_{i=1}^{24} x_i^2 = 1195.33$$

- (a) (1,0) Calcule a concentração média e a concentração mediana de ozônio.
 (b) (1,0) Construa um histograma dos dados acima com as seguintes classes de frequência:
 $0 \text{ † } 6$; $6 \text{ † } 12$; $12 \text{ † } 18$ e $18 \text{ † } 24$.
 (c) (0,5) Baseado nos resultados acima, qual seria a melhor medida de tendência central para esta situação? Justifique sua resposta.
2. (2,5 pontos) Uma empresa tem 277 empregados, classificados de acordo com a tabela abaixo:

| Idade/Sexo | Homens (M) | Mulheres (F) | Total |
|----------------|------------|--------------|-------|
| <25 anos (A) | 10 | 71 | 81 |
| 25-35 anos (B) | 53 | 42 | 95 |
| >35 anos (C) | 67 | 34 | 101 |
| Total | 130 | 147 | 277 |

- (a) (1,5) Uma pessoa que trabalha nessa empresa é escolhida ao acaso. Calcule as seguintes probabilidades: $P[C \cap F]$, $P[C \cup F]$, $P[C | F]$. Justifique.
 (b) (1,0) Esta tabela indica que existe dependência entre as variáveis *idade* e *sexo* nesta empresa? Justifique.
 3. (2,5 pontos) A função densidade de probabilidade acumulada de uma variável aleatória X é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{1}{4}, & -1 \leq x < 0, \\ ax + b, & 0 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

- (a) (0,5) Determine os valores de a e b se $P(X = 0) = \frac{1}{4}$ e $P(X = 3) = 0$.
 (b) (1,0) Se $a = b = \frac{1}{4}$ calcule $P(X \leq 2 | X > -1)$.
 (c) (1,0) Se $a = 0$ e $b = \frac{1}{2}$, calcule $E(X)$.
4. (2,5 pontos) Um agricultor comercializa melancias. O "peso" (massa) de cada melancia é uma variável aleatória X com distribuição Normal com média 1000 g e variância $400g^2$. Assuma que o peso de melancias distintas sejam independentes ($X \sim N(1000; 400)$).
- (a) (0,5) Qual é a probabilidade de uma melancia pesar mais de 950 g? Justifique.
 (b) (1,0) Cada melancia é vendida por 30 reais se tiver mais de 1050 g, por 10 reais se tiver entre 950 g e 1050 g e por 5 reais se tiver menos de 950 g. Quanto ele ganha em média por melancia? Justifique.
 (c) (1,0) O agricultor transporta suas melancias numa kombi que suporta no máximo 95 kg. Ele coloca 100 melancias na kombi. Qual é a probabilidade de que o limite da kombi (95kg) seja excedido? Justifique.