

MAE 121 - Introdução à Probabilidade e à Estatística I - Prova III
Justifique suas respostas.

1. (valor da questão: 2,5 pontos) Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes e com a mesma distribuição de probabilidade. F , dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -1, \\ 1/3, & \text{se } -1 \leq x < 2, \\ 1, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

- (a) (0,5) Determine $P(X + Y < 3)$.
 (b) (1,0) Determine $P(X + Y < 3 | X = -1)$.
 (c) (1,0) Determine $\text{Var}(X + Y)$ (a variância da soma das duas variáveis aleatórias). Justifique.
 2. (2,5 pontos) A tabela abaixo fornece dados de concentração de ozônio na grande São Paulo, em partes por bilhão (ppb) em 24 domingos sucessivos.

6.6	6.0	4.2	4.4	5.6	2.5	5.4	4.4
3.5	4.0	2.4	3.0	5.6	4.7	6.5	15.7
4.1	3.4	20.8	5.3	4.7	7.4	5.7	3.0

$$\sum_{i=1}^{24} x_i = 138.9 \text{ e } \sum_{i=1}^{24} x_i^2 = 1195.33$$

- (a) (1,0) Calcule o intervalo interquartil da concentração de ozônio.
 (b) (1,5) Esboce o boxplot correspondente a esses dados.
 3. (2,5 pontos) A função densidade de probabilidade acumulada de uma variável aleatória X é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 1, \\ ax + b, & 1 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

- (a) (1,0) Determine os valores de a e b se $P(X = 1) = P(X = 3) = 0$.
 (b) (1,5) Se $a = 0$ e $b = \frac{2}{3}$, calcule $E(2X + 1)$.
 4. (2,5 pontos) Um agricultor comercializa melancias. O "peso" (massa) de cada melancia é uma variável aleatória X com distribuição Normal com média 1000 g e variância $10.000g^2$. Assuma que o peso de melancias distintas sejam independentes ($X \sim N(1000; 10000)$).
 (a) (0,5) Qual é a probabilidade de uma melancia pesar mais de 950 g? Justifique.
 (b) (1,0) Cada melancia é vendida por 20 reais se tiver mais de 1050 g, por 15 reais se tiver entre 950 g e 1050 g e por 10 reais se tiver menos de 950 g. Quanto ele ganha em média por melancia? Justifique.
 (c) (1,0) O agricultor transporta suas melancias numa kombi que suporta no máximo 105 kg. Ele coloca 100 melancias na kombi. Qual é a probabilidade de que o limite da kombi (105kg) seja excedido? Justifique.