

PROF PABLO A FERRARI

Processos estocásticos MAE228 noturno 2005  
Prova simulada, 20 de junho

**Exercício 1.** 2. Considere a cadeia de Markov em  $\{1, 2, 3, 4\}$  com matriz de transição

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a. Prove que a matriz é irredutível b. Ache o período. c. Ache a distribuição estacionária

**Exercício 2.** Considere uma cadeia de Markov em  $\{1, 2, 3\}$  com matriz de transição

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 3/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 \end{pmatrix}$$

a. Calcule a medida invariante b. Qual o tempo medio para voltar para o estado 1 c. Qual a fração de tempo que a cadeia passa no estado 2?

**Exercício 3.** Dê um algoritmo para simular as variáveis aleatórias a. Uniforme em  $\{1, 2, 3, 4\}$  Suponha que o número aleatório uniforme é 0,5784. Qual o valor simulado por seu algoritmo? b. Com lei  $p_1 = 1/2, p_2 = 1/8, p_3 = 1/4, p_4 = 1/8$ . Suponha que o número aleatório uniforme é 0,5784. Qual o valor simulado por seu algoritmo?

**Exercício 4.** a. Usando o método da inversão gere uma variável aleatória com lei  $f(x) = K(1-x)^2$ , para  $x$  no intervalo  $[0, 1]$ . Qual o valor simulado se o número uniforme for 0,38529875?

b. Use o método da rejeição para construir um algoritmo que simule uma variável com distribuição  $f(x) = Ke^{-x^2}$  para  $x$  no intervalo  $[0, 1]$ . Use a distribuição exponencial como  $g(x)$ .

c. Use o método da rejeição para construir um algoritmo que simule uma variável com distribuição  $f(x) = Ke^{-x^2}$  para  $x$  no intervalo  $[0, 1]$ . Use a distribuição uniforme em  $[0, 1]$  como  $g(x)$ .