

MAE0399 - Análise de dados e simulação - primeiro semestre de 2017
Márcia D'Elia Branco

Prova 2

1) (2 pontos) Uma amostra de tamanho $n=6$ simulada resultou nos seguintes valores: 5,4,9,7,11 e 17. O interesse é estimar a mediana populacional considerando a mediana amostral como estimador.

(a) Usando o método de *Jackknife*, obtenha uma estimativa para o erro quadrático médio do estimador.

(b) Usando simulação, proponha uma maneira alternativa de estimar o erro quadrático médio do estimador.

2) (1 ponto) Considere a mesma amostra simulada do exercício anterior. Deseja-se agora estimar a média populacional de maneira que a sua estimativa não se distancie do verdadeiro valor por mais de 1 unidade e isso ocorra com probabilidade 0.98. Quantas observações adicionais devem ser simuladas?

[$Z_{0,99} = 2.33$ quantil de ordem 0.99 da normal padrão.]

3) (1 ponto) Proponha um algoritmo para estimar $\theta = E[e^X]$ usando o método de variáveis negativamente correlacionadas. Considere $X \sim Exp(2)$.

4) (2 pontos) Usando o método de rejeição com densidade proposta exponencial com taxa $\lambda = 1$, deseja-se simular de uma distribuição com f.d.p

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-x^2/2} \quad , \quad x > 0.$$

(a) O algoritmo pode ser implementado? Em caso afirmativo, descreva com detalhes todas etapas do algoritmo.

(b) Determine a probabilidade de aceitação (média) do algoritmo.

5) (2 pontos) Suponha que você só tenha um gerador de variáveis uniformes em $(0,1)$. Proponha um algoritmo para gerar de uma v.a. X com função densidade dada por

$$f(x) = \frac{2x}{3}, \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \quad \text{e}$$

$$f(x) = 1 - \frac{x}{3}, \text{ se } 1 < x \leq 3.$$

6) (2 pontos) Considere $X | Y = y \sim N(0, \frac{1}{y})$ e $Y \sim Exp(1)$. Estamos interessado em estimar $\theta = P(X > 1)$ via simulação.

(a) Explique como estimar θ usando Monte Carlo simples.

(b) Proponha um estimador mais eficiente do que o anterior usando o método do condicionamento. Justifique porque esse novo estimador é mais eficiente que o anterior.

Em ambos os casos descreva em detalhes o algoritmo que deve ser utilizado para implementação desses estimadores.