$x \ln x - x \qquad 1 \ln x + \frac{1}{x} \cdot x -$

MAP0151 - Cálculo Numérico e Aplicações

Prova S – 2015/07/03.

Esta prova tem quatro questões e duração de 120 minutos. Ela pode ser feita à tinta ou a lápis sendo permitido apenas o uso de calculadoras. Respostas sem justificativa detalhada não serão consideradas e não é permitida a consulta a qualquer tipo de material didático nem a ninguém. A nota entra de maneira a maximizar a média final.

Questão #1. (2.5 pontos) Use a eliminação gaussiana com condensação pivotal para resolver o sistema linear

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 52 \\ 27 & 110 & -3 \\ 22 & 2 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57 \\ 134 \\ 38 \end{pmatrix}$$

com aritmética de ponto flutuante de três algarismos significativos *para todos os números e após cada cálculo intermediário.*

$1 \ln x \qquad \frac{1}{x}$

Considerando a função

$$F(x) = 1 - \sqrt{2} + \int_0^x f(t)\, dt, \qquad \text{onde} \qquad f(t) = 2^t \ln(2),$$

$x \cdot \ln x$

$1) \cdot \ln x + x \cdot$

responda às duas próximas questões, abaixo.

Questão #2. (2.5 pontos) Aproxime de maneira numérica o valor $F(1.0)$ empregando:

(a) o Método dos Trapézios, com 6 trapézios, e

$f(0) = \ln$

(b) o Método de Simpson, com 3 parábolas.

(c) Quantos trapézios deveríamos empregar para que o erro fosse menor que 0.01?

Questão #3. (2.5 pontos) Empregue o Método de Newton para determinar o valor $r > 0$ para o qual $F(r) = 0$ (uma raiz de F). Para isto:

(a) escreva a função de iteração de Newton, ϕ, que tem ponto fixo na raiz de F;

(b) determine por qualquer maneira que você queira um intervalo de estudo que contenha, com certeza, a raiz procurada. Justifique sua escolha teoricamente.

(c) Num máximo de cinco, execute tantas iterações quantas necessárias para que

$$\frac{|\phi(x_k) - x_k|}{|x_k|} \leq 10^{-1}.$$

Apresente as iterações preenchendo uma tabela como a dada abaixo:

k	x_k	$\phi(x_k) = x_{k+1}$	$\lvert\phi(x_k) - x_k\rvert/\lvert x_k\rvert$
0	-2		
1			
2			
3			
4			
5			

Questão #4. (2.5 pontos) Considerando o Método da Bissecção:

(a) escreva o algoritmo;

(b) escreva uma estimativa para o erro em cada passo de iteração;

(c) execute três iterações.

Boa prova!

a)

K	a	b	$x = \frac{a+b}{2}$	$f(x)$	$f(a)$	Sinal	$\varepsilon = b-a$
1							