

Prova No. 2

Cálculo Vetorial e Aplicações (MAP 215) Cálculo Diferencial e Integral III (MAT 205)

1. Calcule, para $a \in \mathbb{R}$ com $a > 0$, a integral

$$\int_{B_0(a)} dx dy \exp(-(x^2 + y^2))$$

onde $B_0(a)$ é o disco de raio a no plano em torno da origem.

2. Calcule o volume de um cone de altura h e cuja base é um disco de raio a .
3. Em $U = \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$, considere mais uma vez o campo vetorial “central” \mathbf{E} de classe C^∞ definido por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r^l}$$

onde

$$\mathbf{r} = (x, y, z), \quad r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{e} \quad l \in \mathbb{N}.$$

Decida se este campo é conservativo ou não e justifique sua resposta. Calcule sua integral de contorno ao longo de diferentes caminhos de um ponto de referência \mathbf{r}_0 ao ponto \mathbf{r} (pelo menos dois, de sua escolha) e assim calcule o seu potencial, se for o caso.

4. Em $U = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z) / z \in \mathbb{R}\}$, considere o campo vetorial \mathbf{B} de classe C^∞ definido por

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{(-y, x, 0)}{\rho^2}$$

com

$$\mathbf{r} = (x, y, z), \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Decida se este campo é conservativo ou não e justifique sua resposta.