

MAP2110 Matemática e Modelagem

Prova 1

1º semestre de 2005 – Prof. Claudio H. Asano

1. Fatore a matriz $A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ como produto de matrizes elementares.

2. Dada uma base $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$, sejam

$$\begin{cases} \vec{f}_1 = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{f}_2 = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 \\ \vec{g}_2 = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \end{cases}$$

(a) Escreva a matriz de mudança da base G para a base F .

(b) Ache as coordenadas de $\vec{v} = 3\vec{g}_1 + \vec{g}_2$ em relação à base F .

3. Dados os vetores $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{w} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, encontre números reais a e b tais que $|\vec{w} - a\vec{u} - b\vec{v}|$ seja mínimo.

4. Demonstre que uma matriz A é inversível se, e somente se, $\det A \neq 0$.

5. Dada uma tabela

x	x_0	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$f(x)$	f_0	f_1	f_2	$\dots$	f_n

demonstre que se os pontos $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ forem distintos então existe um único polinômio $p(x)$ de grau n tal que $p(x_k) = f_k$, para $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{cd}{\det A} & \frac{-b(\det A)}{a^2} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{\det A}{a} \end{bmatrix}$$