

Exercício-programa 6

Larissa dos Anjos Miyagi

05-31-2011

Sumário

1	Objetivo	3
2	Resolução	3

1 Objetivo

O objetivo deste exercício é fazer um programa em R ou octave para calcular:

$$W(v) = \int_{T(v)} f((\alpha, \beta, \gamma)|X)$$

onde $T(v) = f((\alpha, \beta, \gamma)|X) \leq v) * f((\alpha, \beta, \gamma)|X)$.

Isto é, a função $W(v)$ é a posteriori acumulada na região onde ela é menor que um dado nível, v .

A posteriori f é a verossimilhança descrita em [2] normalizada.

$$L(\alpha, \beta, \gamma|D) \propto \prod_{i=1}^n \omega(t_i|\alpha, \beta, \gamma) \prod_{j=1}^m r(t_j|\alpha, \beta, \gamma)$$

2 Resolução

- As funções abaixo foram implementadas:

confiança com 2 parâmetros:

$$r(t|\beta, \gamma) = \exp(-(t/\gamma)^\beta)$$

densidade:

$$w(t|\alpha, \beta, \gamma) = (\beta(t + \alpha)^{\beta-1}/\gamma^\beta) \exp(-((t + \alpha)/\gamma)^\beta) / r(\alpha|\beta, \gamma)$$

confiança com 3 parâmetros:

$$r(t|\alpha, \beta, \gamma) = \exp(-((t + \alpha)/\gamma)^\beta) / r(\alpha|\beta, \gamma)$$

verossimilhança:

$$L(\alpha, \beta, \gamma|D) \propto \prod_{i=1}^n w(t_i|\alpha, \beta, \gamma) \prod_{j=1}^m r(t_j|\alpha, \beta, \gamma)$$

log densidade:

$$wl_i = \log(\beta) + (\beta - 1)\log(t_i + \alpha) - \beta\log(\gamma) = ((t_i + \alpha)/\gamma)^\beta + (\alpha/\gamma)^\beta$$

log confiança:

$$rl_j = -((t_j + \alpha)/\gamma)^\beta + (\alpha/\gamma)^\beta$$

log verossimilhança:

$$fl = \sum_{i=1}^n wl_i + \sum_{j=1}^m rl_j$$

- A tabela com os valores de entrada foi recebida:

0.01	0.19	0.51	0.57	0.70	0.73	0.75	0.75	1.11	1.16
1.21	1.22	1.24	1.48	1.54	1.59	1.61	1.61	1.62	1.62
1.71	1.75	1.77	1.79	1.88	1.90	1.93	2.01	2.16	2.18
2.30	2.30	2.41	2.44	2.57	2.61	2.62	2.72	2.76	2.84
2.96	2.98	3.19	3.25	3.31	+1.19	+3.50	+3.50	+3.50	+3.50

Tabela 1: Dados de entrada, $n = 45$, $m = 5$

e os valores t_i s aceitos e não aceitos separados nos vetores tr (aceitos) e tw (não aceitos).

- Foram definidos o vetor de estado inicial (dentro do espaço paramétrico) e a matriz sigma de covariância:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

E também o número de passos para aquecer a cadeia Aq e o número de passos aproveitados N .

- Foi implementado um passo usando normal multivariada de vetor média 0 e matriz de variância-covariância S . Para calcular os valores L_j e L_{j+1} , onde são atualizados os valores de S e de α , β e γ . Pela probabilidade de Metrópolis, utilizando distribuição uniforme, comparamos os valores:

$$\alpha_1 = \min\left\{1, \frac{L_{j+1}}{L_j}\right\}$$

e

$$u \sim U(0, 1)$$

Se $u < \alpha_1$, α , β e γ são aceitos e guardados nos respectivos vetores.

- A integral foi estimada pelo método da média:

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$$

calculada com N pontos.

- Foi definido um valor de M pontos para interpolar os valores encontrados de $W(v)$, utilizando a função *splinefun*.

Referências

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_likelihood
- [2] <http://www.ime.usp.br/~jstern/books/evli.pdf>
- [3] http://www.weibull.com/LifeDataWeb/the_weibull_distribution.htm
- [4] http://www.iap.res.in/astrostat/LecFiles/TLoredo10_MCMC2up.pdf
- [5] <http://www.people.fas.harvard.edu/~plam/teaching/methods/mcmc/mcmc.pdf>