

1. Calcular a exponencial $\exp(sA)$ onde

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Resolver a equação diferencial abaixo:

$$\ddot{x} - 6\dot{x} + 13x = 1 \text{ com } x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

3. Ache o gramiano de controlabilidade da equação:

$$\frac{d^3x(t)}{dt^3} = u(t) \quad (1)$$

4. Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qual é o subespaço $\mathcal{A}(0, 2)$, dos vetores atingíveis em tempo 2 a partir da origem de \mathbb{R}^3 ?

5. Considere os pares de matrizes (A, B) e (A_1, B_1) dados por

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mostre que os pares de matrizes são controláveis, equivalentes e ache a matriz inversível P tal que $A_1 = P^{-1}AP$ e $B_1 = P^{-1}B$.