

NOME: \_\_\_\_\_ N. USP: \_\_\_\_\_

IME-USP – 1/2019 – DIURNO

MAT 105 – GEOMETRIA ANALÍTICA – PROVA SUB

**ATENÇÃO:**

1) Resolva cada questão em uma folha. O verso pode ser utilizado.

2) Em todas as questões:

i) justifique suas respostas apresentando as soluções detalhadas e explicitando os cálculos, as propriedades ou conceitos utilizados. Somente respostas não serão pontuadas;

ii) suponha fixado um sistema de coordenadas ortogonal, com origem em  $O$  e base canônica do  $\mathbb{R}^3$ .

*Boa Prova!*

**Questão 1** (3,0 pontos) Sejam os pontos  $A=(1,1,2)$ ,  $B=(0,1,2)$ ,  $C=(1,1,0)$  e  $D=(0,1,0)$ .

- Usando vetores, mostre que esses quatro pontos são vértices de um retângulo.
- Obtenha equações paramétricas e geral do plano que os contém.
- Represente graficamente a situação.

**Questão 2** (2,0 pontos)

- Descreva a posição relativa entre as retas  $r_1$  e  $r_2$  dadas abaixo.

$$r_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y = x - 3 \\ z = -x + 1 \end{cases}$$

- Determine a distância entre as duas retas. Caso elas sejam concorrentes, determine o ponto de intersecção.

**Questão 3** (3,0 pontos) Sejam os pontos  $A=(1,1,0)$ ,  $B=(1,2,1)$ ,  $C=(-1,0,1)$  e  $D=(3,1,2)$ .

- Escreva uma equação vetorial para a reta  $r$  determinada por  $A$  e  $B$ .
- Determine uma equação geral para o plano  $\pi$  determinado por  $B$ ,  $C$  e  $D$ .
- Calcule o volume do tetraedro  $ABCD$  e a altura relativa à base  $BCD$ .

**Questão 4** (2,0 pontos)

Sejam  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  vetores não nulos de  $V^3$  (conjunto de vetores do espaço).

- Dê um exemplo para mostrar que a propriedade associativa, em geral, não é válida para o produto vetorial.
- Mostre que a distância de um ponto  $P$  a uma reta  $g$  pode ser obtida pelo produto vetorial, dadas as coordenadas de dois pontos (distintos) da reta  $g$  e do ponto  $P$  fora dela.